

Differensiering av utforskende undervisning

En kvalitativ undersøkelse av differensiering i et tenkende klasserom på videregående skole

Margrete Vederhus

Lektorprogrammet

30 studiepoeng

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning

Utdanningsvitenskaplig fakultet



© Margrete Vederhus

2025

Differensiering av utforskende undervisning – En kvalitativ undersøkelse av differensiering i et tenkende klasserom på videregående skole

Margrete Vederhus

<http://www.duo.uio.no/>

Sammendrag

Denne studien er en kvalitativ undersøkelse av muligheter og utfordringer knyttet til differensiering i et tenkende klasserom. Differensiering er viktig for å gi alle elever lik mulighet for læring (Tomlinson, 2014). Tenkende klasserom er en utforskende undervisningspraksis som tar sikte på å øke elevers selvstendige tenking i matematikk ved bruk av gruppearbeid og utforskende oppgaver på vertikale tavler (Liljedahl, 2023). Dette er en praksis som er relativt ny, men som er i vekst både i norske grunnskoler og videregående skoler (Valbekmo & Bjuland, 2023).

Denne studien har anvendt rammeverket til Prast et al. (2015) som grunnlag for analysens struktur og resultatpresentasjon. Utvalget til studien er tre videregående skolelærere som både har blitt intervjuet og observert ved at et flertall grupper har blitt filmet i arbeidet på vertikale tavler. Datamaterialet er analysert ved hjelp av refleksiv tematisk analyse, en tilnærming som identifiserer mønstre i data for å belyse lærernes refleksjoner rundt differensiering i intervjuene og undersøke hvordan differensiering praktiseres gjennom videoobservasjon. Dette har blitt gjort ved både induktive og deduktive koder og tema.

Hovedfunnene i denne studien viser at tenkende klasserom er en undervisningspraksis som kan kombineres med ulike differensieringsstrategier. Blant de mest sentrale funnene fremgår det at valg av oppgaver spiller en avgjørende rolle i denne tilpasningen. Lærerne uttrykte utfordringer knyttet til utvelgelsen av adaptive oppgaver, men både intervju og observasjonene viste at når de traff riktig, kunne slike oppgaver skape en arena der flere elever kunne delta aktivt og støtte hverandre læringsprosess. I tillegg fremgår det fra både intervju og observasjon, i tråd med tidligere forskning (Alfieri et al., 2010; de Jong et al., 2024; Selling, 2016), at det kan være hensiktsmessig å supplere metoden med mer eksplisitt instruksjon og mål, for eksempel gjennom korte konsolideringsøker undervis. Dette stiller høye krav til læreres kompetanse, men kan samtidig bidra til en verdifull balanse mellom utforskning og støtte i et tenkende klasserom.

Abstract

This study is a qualitative investigation of the opportunities and challenges associated with differentiation in a thinking classroom. Differentiation is essential for ensuring equal learning opportunities for all students (Tomlinson, 2014). The thinking classroom is an inquiry-based teaching approach aimed at fostering students' independent mathematical thinking through group work and exploratory tasks on vertical surfaces (Liljedahl, 2023). Although relatively new, this practice is gaining traction in Norwegian primary and secondary schools (Valbekmo & Bjuland, 2023).

This study applies the framework of Prast et al. (2015) as the foundation for structuring the analysis and presentation of results. The sample consists of three upper secondary school teachers who were both interviewed and observed, with multiple student groups being filmed while working on vertical surfaces. The data was analyzed using reflexive thematic analysis, an approach that identifies patterns to illuminate teachers' reflections on differentiation in interviews and examine differentiation in practice through video observations. Both inductive and deductive codes and themes were utilized in this process.

The main findings indicate that the thinking classroom is a teaching practice that can be combined with various differentiation strategies. One key finding is that task selection plays a crucial role in this adaptation. Teachers reported challenges in selecting adaptive tasks, but both interviews and observations showed that when the right tasks were chosen, they provided opportunities for many students to participate actively and support each other's learning processes. Additionally, both interviews and observations, in line with previous research (Alfieri et al., 2010; de Jong et al., 2024; Selling, 2016), suggest that supplementing the method with explicit instruction and defined learning goals—such as short consolidation sessions—can be beneficial. This approach places high demands on teachers' competencies but also offers a valuable balance between exploration and structured support in a thinking classroom.

Forord

Denne oppgaven markerer slutten på fem fine år på UiO. Jeg håper at den kan være en liten dråpe i et stort hav av forskning som forsøker å gjøre matematikkundervisning litt mer tilgjengelig og litt mer motiverende for elever. Takk til medstudentene mine for å ha gjort disse årene så fine.

Videre må jeg takke min dyktige veileder og prosjektleder, Alexander Jonas Viktor Selling. Takk for utrolig god veiledning, tålmodighet, raske svar og en åpen dør igjennom hele denne prosessen. Jeg må også takke Guri Nortvedt for faglige innspill og engasjement. Jeg er takknemlig for all hjelp jeg har fått av dere to.

Denne studien hadde ikke vært mulig å gjennomføre uten de tre dyktige lærerne, informantene mine og deres klasser. Tusen takk for at dere delte deres erfaringer og ga meg mulighet til å lære av deres refleksjoner. Takk også til elevene som lot seg filme, deres deltagelse har vært viktig for denne studien. Jeg håper dere får like stor glede av matematikkfaget som jeg selv har hatt.

Takk til alle de fantastiske vennene mine som har støttet, lyttet og fått meg over på andre tanker denne våren. En spesiell takk til deg, Knut Inge, for korrekturlesing og spilleliste. Tusen takk også til min beste venninne, Agnes. Takk for at vennskapet vårt er så dynamisk at det har kunne forblitt det samme i alle disse årene, du har vært balansepunktet mitt i vår.

Til sist må jeg takke familien min, besteforeldre, foreldre og søsken for at dere alltid er der for meg. De to siste årene har jeg særlig kjent på hvor heldig jeg er som har et støttenettverk som dere. Mamma og pappa, takk for at dere alltid har hatt troen på meg. En særlig og siste stor takk til deg, pappa. Takk for trofast støtte, veiledning og motivasjon igjennom hele min skolegang og studietid. Takk for at all tid du har brukt på å hjelpe meg, for veiledning, korrekturlesning, mailkorrespondanse og teams-møter. Jeg hadde ikke vært her jeg er i dag uten deg.

Dette har vært både gøy og slitsomt. Jeg er takknemlig for muligheten til å kunne ta en så god utdanning, gratis, i et så fint land. Nå er jeg endelig ferdig!

Oslo, juni 2025

Margrete Vederhus

Innholdsfortegnelse

Oversikt over tabeller og figurer	11
1 Innledning.....	12
1.1 Undervisningskontekst – Tenkende klasserom	14
2 Teoridel.....	15
2.1 Differensiert undervisning.....	15
2.1.1 Differensiering av matematikkundervisning	16
2.2 Utforskende undervisning	17
2.2.1 Utforskende og direkte undervisning	18
2.3 Differensiering av utforskende undervisning	19
2.4 Sosiokulturell læringsteori	20
2.5 Rammeverk og utdyping av perspektiver på differensiering	21
2.5.1 Identifikasjon.....	24
2.5.2 Differensierte mål.....	25
2.5.3 Differensierte praksiser	26
2.5.4 Evaluering av progresjon og prosess.....	27
2.6 Tidligere forskning	28
3 Metode.....	31
3.1 Forskningsdesign.....	31
3.2 Utvalg	33
3.3 Datainnsamling.....	34
3.3.1 Praktisk gjennomføring av klasseromsobservasjon	35
3.3.2 Praktisk gjennomføring av intervju.....	36
3.4 Analyse.....	37
3.4.1 Fase 1 og 2: Bearbeiding og koding av datamaterialet	38
3.4.2 Fase 3, 4, 5 og 6: Generering, utvikling, raffinering og definering av tema	42
3.5 Validitet og reliabilitet.....	44
3.5.1 Troverdighet	44
3.5.2 Pålitelighet.....	46
3.5.3 Overførbarhet	47
3.5.4 Bekreftbarhet.....	47
3.6 Forskningsetiske vurderinger	49

4	Resultater.....	51
4.1	Identifikasjon.....	52
4.1.1	Noticing.....	52
4.2	Gruppedynamikk.....	53
4.2.1	Motivasjon og mestring.....	53
4.2.2	Læring av hverandre.....	55
4.2.3	Rollebevist veiledning.....	56
4.2.4	Når spriket blir stort	57
4.3	Differensierte mål.....	58
4.3.1	Progresjon.....	58
4.4	Differensierte praksiser	59
4.4.1	Adaptive oppgaver	59
4.4.2	Differensiert tilbakemelding.....	61
4.5	Evaluering av progresjon og prosess.....	62
4.5.1	Konsolidering og tilpasninger av metoden.....	62
5	Diskusjon.....	64
5.1	Identifikasjon.....	64
5.2	Gruppedynamikk.....	66
5.3	Differensierte mål.....	68
5.4	Differensierte praksiser	71
5.5	Evaluering av progresjon og prosess.....	74
5.6	Muligheter og utfordringer ved differensiering: En samlet vurdering	76
6	Implikasjoner for praksisfeltet.....	78
7	Referanser.....	81
	Vedlegg 1 – Informasjonsskriv og samtykkeerklæring for elever.....	89
	Vedlegg 2 – Informasjonsskriv og samtykkeerklæring til lærere.....	94
	Vedlegg 3 – Meldeskjema Sikt.....	99
	Vedlegg 4 – Intervjuguide 1	108
	Vedlegg 5 – Intervjuguide 2 - Differensiering.....	110

Oversikt over tabeller og figurer

Figur 1: Sirkulær modell av differensiering (Prast et al. 2015).....	23
Figur 2: Skisse av kameraoppsett i klasserommet	36
Figur 3: Seks steg av tematisk analyse (Braun & Clark, 2022)	38
Figur 4 - Kategorier med tilhørende koder.....	43
Tabell 1: Oversikt over informantene og datagrunnlag.....	33
Tabell 2: Endelig oversikt over koder med forklaring og eksempler	40

1 Innledning

Flere studier har vist tilbakegang i interesse for matematikkfaget i europeiske land over tid (Artigue & Blomhøj, 2013). Denne utviklingen gjenspeiles også i Norge, hvor PISA-undersøkelser dokumenterer en nedgang i ungdomsskoleelevers matematikkferdigheter (Jensen et al., 2023). Mange elever begynner derfor på videregående skole med større kunnskapshull enn tidligere, noe som kan føre til manglende mestringsfølelse og lav motivasjon for matematikk. Rocard et al. (2007) peker på at den tradisjonelle, deduktive undervisningsmetoden, der læreren presenterer stoffet og gir eksempler, kan forsterke elevenes manglende interesse. Dette støttes av nyere forskning som viser at matematikk lett oppleves som vanskelig og lite motiverende (Dorier & Maass, 2020). For å møte disse utfordringene har utforskende undervisning (*inquiry based learning - IBL*), fått økt oppmerksomhet. Her arbeider elevene aktivt med å utforske matematiske problemer gjennom eksperimentering, diskusjon og utvikling av ulike løsningsstrategier (Dorier & Maass, 2020).

Samtidig er elevgrupper både faglig og sosialt mer sammensatt enn før (Charalambous et al., 2023). For å kunne møte elevenes ulike behov er det derfor nødvendig med differensiering, altså pedagogiske grep som tar høyde for variasjon i faglig nivå, bakgrunn, interesser og læringspreferanser (Tomlinson, 2014). I matematikk er den faglige delen av differensieringen fokusert på å gi alle elever mulighet til å oppnå matematisk kompetanse (Charalambous et al., 2023). Det er viktig å tilpasse undervisningen etter både elevers motivasjon og ferdigheter i faget, men er også en lovfestet rett til elevene. Opplæringslova (2023, §11-1) fastslår at skolen har en plikt til å tilpasse opplæringen til alle elever basert på deres evner og forutsetninger.

Til tross for mye forskning på både differensiering og utforskende undervisning, finnes det imidlertid lite som kombinerer disse to (Charalambous et al., 2023). Det eksisterer derfor et forskningsgap knyttet til hvordan utforskende undervisning kan kombineres med ulike differensieringspraksiser. Samtidig har det vært et tydelig behov for utvikling av mer konkrete metoder som kunne bidra til økt bruk av utforskende undervisning i praksis, og det har derfor i senere tid blitt utviklet mange ulike undervisningspraksiser for utforskende matematikkundervisning (Blomhøj & Haavold, 2024; Dorier & Maass, 2020; Sullivan et al., 2009). *Et tenkende klasserom* er en av dem (Liljedahl, 2023). Denne metoden anvender vertikale tavler og legger til rette for at elever skal jobbe og tenke sammen fremfor en mer tradisjonell tavleundervisning der lærere legger frem fagstoff, gir eksempler før elever senere

jobber med oppgaver (Liljedahl, 2023). Bruken av vertikale tavler er en relativt ny metode i norske klasserom, men den er også i vekst (Valbekmo & Bjuland, 2023). I lys av denne veksten, og det begrensede forskningsgrunnlaget for differensiering i tenkende klasserom, har denne studien som mål å belyse hvordan differensiering kan integreres i et tenkende klasserom, samt å gi innsikt i muligheter og utfordringer knyttet til metoden. Slik ønsker studien å gi innspill til lærere som vurderer å ta i bruk undervisningspraksisen.

Denne masteroppgaven er en del av prosjektet «*Problemløsning og utforskning med vertikale tavler: Bygge tenkende klasserom?*» ved Institutt for lærerutdanning og skoleforskning ved Universitetet i Oslo. Studien er en kvalitativ undersøkelse av tre videregående lærere i R1- og T-matematikk med erfaring i bruk av vertikale tavler, og skal forsøke å svare på problemstillingen:

Hvilke muligheter og utfordringer finnes knyttet til differensiering i et tenkende klasserom?

For å kunne belyse problemstillingen benyttes en metodetriangulering av videoobservasjon og intervju. Gjennom videoobservasjoner av lærernes undervisning, undersøkes det hvordan differensiering faktisk kommer til uttrykk i praksis i et tenkende klasserom. Observasjonene danner grunnlag for å identifisere elevgruppene, sentrale situasjoner, grep og utfordringer som lærerne møter. Intervjuene med lærerne gir mulighet til å utforske deres pedagogiske intensjoner, begrunnelser og refleksjoner rundt tilpasning til elevenes ulike behov.

Oppgaven innledes med en kontekstbeskrivelse og en teoretisk gjennomgang av relevant forskning og rammeverk, før metode og analyse presenteres. Deretter følger resultater og diskusjon som avsluttes med en oppsummerende sammenkobling av funn for å tydeliggjøre svaret på problemstillingen. Oppgaven avsluttes med å fremheve noen implikasjoner denne studien kan ha for praksisfeltet.

1.1 Undervisningskontekst – Tenkende klasserom

I 2003 startet Peter Liljedahl forskningen som senere utviklet seg til undervisningspraksisen *Building Thinking Classrooms in Mathematics*, ofte omtalt som «tenkende klasserom», og som blant annet kjennetegnes ved bruk av vertikale tavler (Liljedahl, 2023). Dette er én av flere former for utforskende undervisningspraksiser. Målet med metoden er i likhet med annen utforskende undervisning, å legge til rette for at elever får mulighet til å resonnerer, utforske og tenke selvstendig.

Undervisningspraksisen bygger på en rekke detaljerte anbefalinger som spenner fra oppgavetype, gruppestørrelse og inndeling, til lærerens tilbakemeldinger og vurderingsformer (Liljedahl, 2023). En sentral komponent er bruk av såkalte vertikale tavler, det vil si veggmonterte tavler hvor elevene arbeider stående. Det legges vekt på at det skal være lett å viske ut på tavlene, og at hver gruppe deler én tusj for å fremme samarbeid. Gruppene dannes tilfeldig hver økt, og oppgavene har utforskende karakter, med fokus på å stimulere til elevaktivitet og selvstendig tenking.

Liljedahl (2016) fremhever at muligheten til å viske ut egne feil bidrar til at elevene i større grad tør å prøve ut ideer og strategier. Forskningen hans vil bli trukket frem gjennom hele denne oppgaven, og særlig utdypet i kapittel 2.6. Han viser blant annet at stående arbeid gjør elevenes tenkning og deltakelse mer synlig, og at det har fysiologiske fordeler, som bedre kroppsholdning, som igjen kan påvirke humør positivt. Det gir også rom for mer ikke-verbal kommunikasjon, som gester, ansiktsuttrykk og kroppsspråk. Et sentralt mål med undervisningspraksisen er å skape situasjoner der elever opplever «aha-opplevelser» gjennom problemløsning, noe han viser til som styrkende for deres mestringsforventning og holdning til matematikkfaget (Liljedahl, 2016).

2 Teoridel

I denne delen introduserer jeg først teori om differensiering og utforskende undervisning, etterfulgt av en gjennomgang av hvordan disse to kan kombineres. Deretter presenteres det analytiske rammeverket som danner et grunnlag for studiens struktur, hvor det også presenteres mer utfyllende teori som ansees som relevant knyttet til de ulike kategoriene. Avslutningsvis gis det en oversikt over sosiokulturell læringsteori og relevant tidligere empiri på differensiering av utforskende undervisning.

2.1 Differensiert undervisning

Differensiering er et vidt begrep som vises til som alle tiltak lærere gjør for å planlegge for alle fellestrekk og ulikheter i elevgruppen (Tomlinson, 2014). Differensiering er et vanlig pedagogisk prinsipp (Tomlinson, 2014), men det beskriver også som en undervisningsstrategi der en lærer tilpasser undervisningsinnholdet for å imøtekomme elevers individuelle behov (Bardy et al., 2021). I en differensiert undervisningspraksis legger læreren til rette for at hver enkelt elev skal kunne lære så grundig og raskt som mulig, på egne premisser, uten at en elevs læringsprosess anses som den samme som andre elevers (Tomlinson, 2014). Begrepet operasjonaliseres noe ulikt. Eikeland & Ohna (2022) inkluderer for eksempel nivådeling som en del av differensiering, mens andre ikke gjør det. Dette kan gjøre begrepet vanskelig å avgrense og å forstå fullt ut (Graham, 2019). Hamre og Pianta (2005) fremhever at lærerstøtte påvirker flere aspekter, inkludert undervisningens kvalitet, elevenes faglige utvikling og engasjement. En godt tilpasset undervisning styrker både læringsutbyttet og klasseromsopplevelsen. Behovet for differensieringskompetanse hos lærere er derfor stort (Deunk et al., 2015), da balansert støtte kan bidra til et inkluderende læringsmiljø og økt undervisningskvalitet. For å konkretisere begrepet i større grad vil denne oppgaven ta utgangspunkt i en vanlig inndeling av differensiering; organisatorisk- og pedagogisk differensiering (Eikeland & Ohna, 2022).

Organisatorisk differensiering handler om hvordan skolen og undervisningen struktureres for å imøtekomme elevers ulike behov (Eikeland & Ohna, 2022). Dette kan blant annet omfatte hvordan elevene grupperes for undervisning, men også andre strukturelle tilpasninger, som språklig støtte eller tilrettelegging for spesifikke læringsbehov. I utforskende matematikkundervisning kan dette for eksempel være grep som fleksibel gruppeinndeling

eller å tilpasning av tidsrammer for elevenes arbeid med et konsept, slik at alle får mulighet til fordypning. Pedagogisk differensiering handler derimot om de didaktiske grepene en lærer tar for å møte mangfoldet i klasserommet, for eksempel gjennom variasjon i undervisningsmetoder, innhold, arbeidsmengde, oppgaver og undervisningsformer (Skaalvik & Fossen, 1995). I utforskende undervisning kan dette for eksempel innebære differensiering av både oppgaveutforming og representasjonsformer, ved bruk av grafiske fremstillinger eller andre konkrete for å tilrettelegge for at flere elever får mulighet til å delta aktivt i problemløsningen.

2.1.1 Differensiering av matematikkundervisning

I likhet med differensiering generelt, er differensiering også et vidt begrep i matematikkundervisning (Prast et al., 2015). De mange måtene å gjennomføre differensiering på, og mangfoldet av hensyn som må tas, gjør at differensiering ofte uttrykkes som en utfordrende del av det å være lærer (Makar et al., 2015; Webb, 2008). Det finnes mange ulike differensieringsstrategier, det kan skje på mange nivå i alle fag, og kan ta for seg for eksempel differensiering av undervisningsopplegg, læringsmål eller vurderinger (Bardy et al., 2021). I matematikklasserommet står spesielt oppgavedifferensiering sentralt (Bardy et al., 2021), men også andre elementer som valg mellom individuelt arbeid eller gruppeinndeling ved bruk av for eksempel homogene eller heterogene grupper (Russo et al., 2021). Dette er spesielt sentralt når en undersøker differensiering i tenkende klasserom fordi metoden omhandler elevaktiv oppgavejobbing i tilfeldig inndelte grupper (Liljedahl, 2023).

Gruppearbeid eller samarbeid mellom elever er ofte anvendt i matematikkundervisning (Liljedahl, 2014), og er derfor en viktig del av differensieringsarbeidet. Dette kan være en vedvarende eller midlertidig inndeling av elevene. I Norge følger det av Opplæringslova (2023, §14-2) at varig inndeling av elever basert på faglig nivå i hovedsak ikke er lovlig, men på videregående skole velger elevene selv fag etter nivå, som for eksempel P-matematikk og T-matematikk. Dette kan beskrives som en organisatorisk selv-differensiering av elevene (Eikeland & Ohna, 2022). Andre typer midlertidige inndelinger slik som nivådelte grupper, randomiserte grupper, homogene og heterogene grupper er ulike pedagogiske differensieringer læreren kan anvende i klasserommet (Eikeland & Ohna, 2022; Skaalvik & Fossen, 1995). Webel og Dwiggins (2019) viser til at nivådifferensiering, altså en inndeling etter det faglige nivået til elevene, kan gjøre det vanskelig å opprettholde rettfærdige praksiser i matematikk fordi en risikerer at oppgaver av ulik kvalitet blir gitt til ulike grupper, eller at en

gruppe har motivasjon eller ferdigheter til å starte en matematisk diskusjon, mens andre ikke har det. Til tross for dette er nivådelt inndeling likevel en vanlig praksis blant flere lærere, men det vises til at lærere ofte er mer positive til heterogene grupper når det arbeides med problemløsning og utforskende undervisning (Fitzgerald et al., 2021).

Oppgaver danner rammen for hvordan elever utvikler sin matematiske forståelse, og forskning viser at elevenes mulighet til å utvikle matematisk kompetanse primært avhenger av de læringsmulighetene som finnes i klasseromsaktivitetene og oppgavene de arbeider med (Schoenfeld, 1994; Sullivan et al., 2009). Oppgavene som gis er altså avgjørende for elevers mulighet til utvikling av forståelse av matematikk og matematisk tenking, og er derfor også en sentral del av differensiering av matematikkundervisningen (Bardy et al., 2021). Bardy et al. (2024) referer til forskjellige kvaliteter ved oppgaver som styrker eller reduserer muligheten for læring. Dette er kvaliteter som åpenhet, vanskelighetsgrad, støtte i oppgavetekst eller bruk av konkrete. Åpenhet i en oppgave eller matematisk problemstilling vises til som muligheten til å velge ulike metoder, ta ulike beslutninger og anvende ulik matematisk kunnskap for å komme frem til svar (Boaler, 1998).

2.2 Utforskende undervisning

I likhet med differensiering er også utforskende undervisning et vidt begrep (Roskvold, 2024). Artigue og Blomhøj (2013) definerer utforskende undervisning som en type undervisning der elever får mulighet til å jobbe på måter som ligner forskeres arbeidsmetoder. Utforskende undervisning hadde først sitt utspring i naturfagundervisning, men da tradisjonen ble videreutviklet til matematikkundervisning var det en sterk parallell til problemløsning, som er en mye eldre matematisk tradisjon (Dorier & Maass, 2020). For eksempel omhandler problemløsning å analysere et problem, forstå det, strukturere kunnskap, legge en plan, gjennomføre planen, evaluere den og til slutt sette løsningene i et mer universelt perspektiv (Yimer & Ellerton, 2010). Disse egenskapene og fremgangsmåtene er sentrale også i utforskende undervisning.

Utforskende undervisning legger til rette for at elever utvikler forståelse gjennom samarbeid, refleksjon og diskusjon, der kunnskap formes i møte med ulike perspektiver og valg (Siegel & Borasi, 1994). Som nevnt er tenkende klasserom en metode som angir praksiser lærere kan implementere i undervisningen for å gjøre den utforskende (Liljedahl, 2023). Målet er at elever skal bevisstgjøres hvordan både egne beslutninger og problemets kontekst påvirker

løsningene de utvikler (Siegel & Borasi, 1994). For å oppnå slik elevaktivitet i klasserommet kreves en endring i undervisningspraksisen til lærere (Fry et al., 2025). Dette kan blant annet innebære å tilrettelegge for utprøving av metoder, selv når de ikke stemmer, slik at elevene kan lære av egne feil. Læreren kan støtte denne prosessen ved å veilede med spørsmål som stimulerer refleksjon og kritisk tenkning, samt ved å oppmuntre elevene til å argumentere for valg og vurderinger. Dette vil diskuteres videre i kapittel 2.3.

2.2.1 Utforskende og direkte undervisning

Undervisning kan gjennomføres på mange ulike måter, og utforskende undervisningsformer, også omtalt kort som «utforsking», har av flere blitt undersøkt og sammenlignet med det som kan kalles eksplisitt eller direkte undervisning. Direkte eller eksplisitt undervisning defineres som undervisning der læreren er i ledelsen, og elever får svar, ser demonstrasjoner eller lytter til forklaringer (de Jong et al., 2023). Dette er undervisning der informasjon blir formidlet direkte og eleven blir forklart sammenhengene, altså undervisning som kan forstås som en slags kontrast til utforskende undervisning. Noen forskere stiller seg kritiske til mer utforskende undervisningsmetoder. For eksempel peker Kirschner et al. (2006) på at utforsking kan skape en stor belastning for arbeidsminnet til elever, noe som kan hindre effektiv læring, spesielt for elever med et lavt læringspotensial. De argumenterer for at eksplisitt eller direkte undervisning vil være nødvendig for disse elevene. Alfieri et al. (2010) gjennomførte senere en meta-analyse av 164 andre studier der læringsbyttet ved uassistert utforsking, veiledet utforsking og direkte undervisning undersøkes. De argumenterer for at uassistert utforsking kan føre til for stor kognitiv belastning for elevene, men at veiledet utforskning i mindre grad preges av dette (Alfieri et al., 2010). De Jong et al. (2023) argumenterer videre for at en kombinasjon av undervisningsmetoder er fordelaktig, men understreker samtidig at utforsking er bra for å gi elever en konseptuell matematisk forståelse. Dette samsvarer med funnene til Fry et al. (2025), som også påpeker den positive sammenhengen mellom utforskende undervisning og dypere faglig forståelse. Sweller et al. (2024) derimot, hevder at dette i liten grad støttes av empiri, og har videreutviklet argumentene sine fra Kirschner et al. (2006) som argumenterer for at direkte undervisning er nødvendig for elever med lavt læringspotensial. Dette støttes også av Zhang et al. (2020), som viser at elever med lavere læringspotensial ofte har et større støttebehov. De Jong et al. (2024) nyanserer dette perspektivet ved å påpeke at undervisning heller bør tilpasses konteksten, elevenes forutsetninger og læringsmålene, fremfor å betraktes som en dikotomi mellom

utforskende og eksplisitt undervisning. De mener at ulike metoder har ulike styrker og svakheter, og at lærere må kunne balansere mellom disse for å skape gode læringsopplegg.

2.3 Differensiering av utforskende undervisning

Fordi utforskende undervisning og tenkende klasserom, ofte eller alltid er gruppebasert (Goos, 2004; Liljedahl, 2023), har læreren som nevnt en annerledes rolle (Makar et al., 2015; Roskvold, 2024; Siegel & Borasi, 1994). Makar et al. (2015) peker derfor på at denne typen undervisning krever et bevist arbeid med å utvikle klasseromsnormer som fremmer åpenhet for å gjøre feil og som støtter samarbeid. Elever har både utbytte av å forklare konsepter for medelever, og av å få ting forklart (Webb, 2008). Hjelpen som formidles mellom elevene må likevel inneholde forklaringer og ikke bare et fasitsvar for å ha god effekt for begge parter. Dette vektlegges også av Tomlinson (2014) som definerer god differensiering som ikke bare å støtte elevene direkte, men også å skape et læringsmiljø som gjør det mulig for dem å gjøre det nødvendige arbeidet for å lære selv. Lærers arbeid med å utvikle et støttende klassemiljø i utforskende undervisning, der elevene hjelper hverandre og drar nytte av samarbeidet, kan dermed også ses som en viktig differensieringspraksis.

Webb (2008) viser videre at lærers fremgangsmåter i klasserommet påvirker måtene elever hjelper hverandre på. Dette kan ha betydning for hvordan undervisningen tilpasses ulike elevgrupper fordi en lærer kan skape et mer produktivt gruppearbeid ved å innta en veiledende rolle, ikke godta svar uten forklaringer og forvente at elevene reflekterer over egne ideer. Goos (2004) viser til at lærere som tilbakeholder hint og svar på oppgaver fremprovoserer at elever prøver selv uten å være sikre, noe som kan forstås som en indirekte differensiering, der elever i større grad motiveres til å støtte og gi tilbakemeldinger til hverandre. Lærers undervisningsstil er altså over tid med på å legge til rette for en kultur i klasserommet der elevene hjelper hverandre fremover (Goos, 2004; Makar et al., 2015; Webb, 2008). Dette er en elevaktiv tilnærming til læring som nettopp også er grunnpilaren i utforskende undervisning.

Differensieringsstrategier lykkes derimot ikke alltid i å sikre like læringsmuligheter for det mangfoldet av elever som finnes i klasserommet (Quabeck et al., 2024). Gervasoni og Lindenskov (2011) peker for eksempel på at forskjeller i elevenes oppvekst, funksjonsnivå, læringsvansker, ulike undervisningspreferanser eller psykososiale utfordringer er faktorer som påvirker elevenes mulighet til å lykkes eller trives i klasserommet. Det økte mangfoldet i

klasserommet krever at lærere i større grad må tilrettelegge slik at alle elever kan delta i utfordrende matematiske aktiviteter (Charalambous et al., 2023). Quabeck et al. (2024) viste at det var store forskjeller på kvaliteten på de matematiske samtalene hos ulike heterogene grupper som arbeidet med samme oppgave. For eksempel har ulike elever ulike verktøy og forkunnskaper med seg inn i samtalen og kan derfor hjelpe eller formidle kunnskap i ulik grad til medelevene sine. Organisering av læringsaktiviteter i grupper kan slik sett være en differensieringsstrategi i seg selv. Læreren har en viktig oppgave med å tilgjengeliggjøre matematikken for alle elevene, fordi kvaliteten på samtalen i gruppene ikke bare er avhengig av oppgavene gruppen arbeider med, men også lærerens evne til å aktivisere elevene og å legge til rette for samtaler og arbeidsformer som gir alle elevene mulighet til å utvikle matematisk forståelse og kommunikasjon (Quabeck et al., 2024). Russo et al. (2021) påpeker at også heterogene grupper med samme grunnlag medfører store krav til lærere. Å balansere heterogene elevgrupper og samtidig skape læringsmuligheter for alle elever krever mye av lærerne (Quabeck et al., 2024; Russo et al., 2021), og det er derfor avgjørende at lærerne også får tilgang til vedvarende læringsmuligheter som gir dem mulighet til å utvikle seg (Charalambous et al., 2023).

2.4 Sosiokulturell læringsteori

Når man snakker om differensiering i «tenkende klasserom» hvor problemløsning i skjer ved samhandling mellom elevene i grupper, er det naturlig å se dette i lys av sosiokulturell læringsteori. Vygotsky (1978) sin sosiokulturelle læringsteori beskriver læring som et samspill mellom kognisjon og sosial samhandling. Når læringsprosessen krever at elever diskuterer, søker kontakt, deler kontekst og formulere ting for hverandre, kaller vi dette dialogisk læring (Skovsmose & Säljö, 2008). Dialogisk læring er en sentral del av sosiokulturell læringsteori fordi teorien nettopp bygger på at kunnskap konstrueres gjennom interaksjon mellom mennesker i et språklig samspill. På samme måte må elever lære prosedyrer og matematisk vokabular for å kunne delta i matematikken; de må lære å snakke matematisk (Barwell, 2005). En sentral del av tenkende klasserom er som nevnt at arbeidet skjer i grupper (Liljedahl, 2023). Elevene må samhandle med hverandre og nettopp lære i et sosialt samspill med sine medelever. Ved å samarbeide om matematiske oppgaver over tid slik som i «tenkende klasserom», legges det til rette for matematisk læring gjennom utvikling av fagbegreper og samhandling med medelever i grupper.

Vygotsky (1978) sin teori om nærmeste utviklingssone (*zone of proximal development* - ZPD), handler om hva en elev kan mestre på egenhånd kontra det en kan mestre i samråd med en mer kompetent person som en lærer eller medelev. Med andre ord anerkjenner teorien om ZPD elevers forskjellige nivå og forståelse, men også behovet for veiledning. Relatert til tenkende klasserom, angir Liljedahl (2014, 2023) at gruppene bør være kortvarige (de skal velges på nytt hver økt) og de skal være tilfeldig valgt. Dette gjør at ulike elever vil ha ulike roller og samarbeidspartnere på ulike grupper, og at disse vil variere fra time til time. Elevene vil kunne hjelpe og veilede hverandre, men det er også ønskelig at de vil, utfra teorien om ZPD, mestre og forstå mer matematikk ved å samarbeide om oppgavene.

ZPD er en sentral del av, og ofte en byggestein i pedagogisk differensieringsforskning (Prast et al., 2015). Stillasbygging (*scaffolding*) er definert som prosessen en mer kunnskapsrik person gjør for at elever kan løse problemer eller fullføre et mål som er utenfor deres evne uten hjelp (Wood et al., 1976). Begrepet stammer fra en metafor der en midlertidig stillas-konstruksjon kan støtte opp en bygning under en bygningsprosess, men at bygningen står trygt på egenhånd uten stillaset etter ferdig konstruksjon (Bakker et al., 2015). Begrepet stillasbygging deles inn i de to gruppene sosial og analytisk stillasbygging. Sosial stillasbygging handler om støtten rundt det sosiale i et klasserom. Analytisk stillasbygging handler om støtten rundt det matematiske innholdet (Bakker et al., 2015). Disse to typene av stillasbygging er begge en sentral del av den nærmeste utviklingssonen til elevene. Den nærmeste utviklingssonen vil være spennet av hva eleven kan mestre ved at lærer eller medelever anvender stillasbygging for eller med eleven. I et tenkende klasserom er det ønskelig at gruppearbeidet skal gi elevene mulighet for å støtte hverandres læring i tillegg til at lærer kan komme innom og gi tilbakemeldinger og oppfølging (Liljedahl, 2023). En slik støtte fra medelever har også mulighet til å øke mestringsforventningen for elevene, det vil si en persons tro på egen evne til å gjennomføre handlinger som er nødvendige for å nå spesifikke mål i bestemte situasjoner (Bandura, 1978). Lave forventninger til egen mestring kan føre til redusert utholdenhet, svekket selvtillit og mindre tro på muligheten for å lære noe nytt, faktorer som samlet sett kan hemme videre læring og forståelsesutvikling (Campbell & Hackett, 1986).

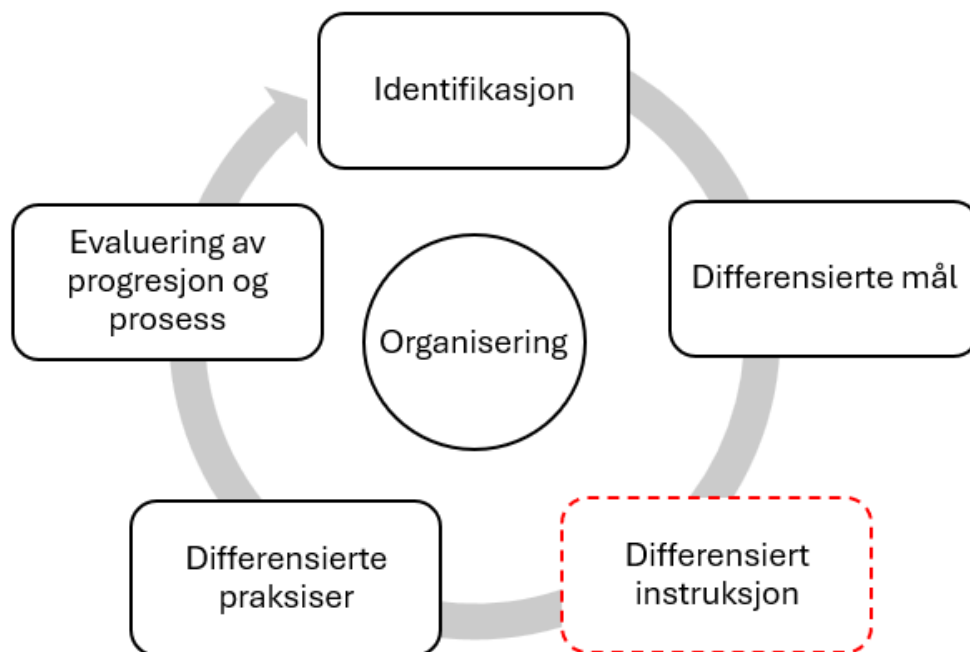
2.5 Rammeverk og utdyping av perspektiver på differensiering

I denne delen presenteres rammeverket *Readiness-based differentiation in primary school mathematics: Expert recommendations and teacher self-assessment* av Prast et al. (2015), som

strukturerer ulike tilnærminger til differensiering. I tillegg knytter jeg dette til relevant forskning og utdyper teorigrunnlaget ytterligere. For å studere differensiering har det tidligere blitt lagd flere ulike rammeverk med ulike fokus. Et eksempel er Tomlinson (2014) sitt rammeverk, som er kjent for sitt fokus på hvordan undervisningen kan tilpasses gjennom variasjon av innhold, prosess, produkt og læringsmiljø. Marks et al. (2021) har laget et rammeverk for å støtte lærere i matematikk med praktiske strategier for å differensiere undervisning. Prast et al. (2015) sitt rammeverk operasjonaliserer differensieringsbegrepet ved å oppnå en ekspertkonsensus, og dekker hele undervisningsprosessen fra planlegging til evaluering. Ekspertene landet på en syklisk modell med to hovedkategorier; progresjonsovervåking og undervisningstilpasninger. Progresjonsovervåkingen besto av identifisering av differensieringsbehovet og nivå, og evaluering av progresjonen. Undervisningstilpasningen involverte mål, instruksjon og praksis (Prast et al., 2015). I tillegg er rammeverket fagspesifikt for matematikk, noe som var avgjørende for utvelgelsen av dette rammeverket, fordi differensiering kan ha ulik karakter i ulike fagfelt (Prast et al., 2015)

Behovet for differensiering er et universelt behov på tvers av klassetrinn (Kunnskapsdepartementet, 2017). Dette gjør det nødvendig å tilpasse til elevenes individuelle behov både på grunnskolen og i videregående skole. Rammeverket til Prast et al. (2015) er i hovedsak utviklet for grunnskolen. Likevel kan en slik to-faktormodell med både identifisering og evaluering av progresjon, tilpasning av mål, undervisning og aktiviteter være like aktuell i videregående skole fordi dette er relevante praksiser uavhengig av klassetrinn.

Prast et al. (2015) argumenterer for at undervisning bør baseres på elevenes ulike faglige forutsetninger, og at det første trinnet, identifikasjon, kartlegger disse forutsetningene. Dette åpner for at elever med ulike behov kan trenge ulik behandling og nivådeling nevnes som en mulig strategi for å imøtekomme dette behovet. Dette står som nevnt i noen grad i kontrast til annen forskning om nivådeling, der blant andre Deunk et al. (2018) viser til at nivådeling i seg selv ikke er tilstrekkelig for å ivareta differensiering av matematikkundervisning. Samtidig inkluderer kategoriene i Prast et al. (2015) en siste kategori, organisering, som vist i Figur 1. Dette anerkjenner at selve differensieringen, samt organiseringen av den, kan gjennomføres på mange ulike måter, slik også annen forskning viser til (Hamre & Pianta, 2005; Tomlinson, 2014). Prast et al. (2015) sitt rammeverk er derfor valgt ut for å strukturere analysen av muligheter og utfordringer ved differensiering i tenkende klasserom, fordi det både gir et systematisk utgangspunkt for analysen og åpner for ulike organiseringsformer av undervisning, slik som bruk av vertikale tavler.



Figur 1: Sirkulær modell av differensiering (Prast et al. 2015)

Prast et al. (2015) presenterer sin differensieringsstrategi som en sirkulær modell, der undervisningen kontinuerlig tilpasses elevenes behov (Figur 1). Første steg i differensieringsstrategien er som tidligere nevnt, å identifisere variasjonen i elevenes faglige utgangspunkt. Dette danner grunnlaget for å sette individuelle læringsmål som er tilpasset hver enkelt elev. Deretter planlegges undervisningen med utgangspunkt i disse målene, hvor både instruksjon og aktiviteter differensieres for å imøtekomme elevenes læringsbehov, som videre er utgangspunkt for planlegging av undervisningen. Til sist avsluttes prosessen med en evaluering av elevenes progresjon og prosessene som har blitt anvendt. Differensiering er en kontinuerlig prosess som burde fortsette inn i en ny identifikasjonsfase når elever har oppnådd målene sine (Prast et al., 2015). Imidlertid vil det i konteksten av et tenkende klasserom være noen aspekter som er mer relevante enn andre, da denne undervisningsformen vektlegger elevarbeid og samarbeid. For eksempel presenterer Prast et al. (2015) helklasseundervisning i forkant av elevarbeid som en viktig del av differensiert instruksjon. Slik type instruksjon er ikke en sentral del av tenkende klasserom, og er derfor ikke blitt vektlagt som en kategori i

denne studien, dette diskuteres videre i kapittel 3.4. Derfor vil jeg videre fokusere på lærerens arbeid med identifikasjon, differensierte mål, differensierte praksiser og til sist evaluering av progresjon og prosess.

2.5.1 Identifikasjon

Identifikasjon handler om å kartlegge elevenes faglige nivå, og hjelpebehov og bør baseres på et variert grunnlag av aktiviteter og kilder (Prast et al., 2015). Dette kan gjøres gjennom observasjon i timen, innsamling av elevenes egne ambisjoner og mål, vurderinger eller analyse av elevarbeid. En vurdering av elevenes faglige nivå er nødvendig for å kunne tilrettelegge for individuelle mål og arbeidsmetoder, og er derfor sentralt for å kunne differensiere undervisning (Prast & Hickendorff, 2023).

Schenell og Prediger (2017) påpeker at en lærer må kunne identifisere matematisk potensial allerede under en arbeidsprosess, også før elevene har oppnådd riktig løsning. Dette er avgjørende for å kunne gi god veiledning, særlig når store deler av undervisningen er arbeidsprosessen til elevene, slik som i et tenkende klasserom (Liljedahl, 2023). Lærerens rolle i utforskende undervisning skiller seg som nevnt fra tradisjonell undervisning (Makar et al., 2015), ettersom god veiledning også krever at læreren identifiserer når og hvordan en kan tilby struktur, samt frihet i læringsprosessen (Bjønness & Kolstø, 2015). I tillegg arbeider elevene i grupper i et tenkende klasserom (Liljedahl, 2023), noe som gjør at elevenes roller kan påvirke identifikasjonsprosessen fordi noen elever tar mer plass i dialogen, mens andre blir mindre synlige (Costley, 2021).

Noticing kan anses som en essensiell del av identifikasjonsfasen da dette omhandler prosessen der lærere observerer og tolker relevante aspekter i klasseromssituasjonen, med fokus på interaksjoner og større sammenhenger for å fremme læring (van Es & Sherin, 2021). På denne måten er noticing en essensiell del av differensiering fordi det gir læreren en forståelse av elevenes læringsprosesser og individuelle behov. Van Es & Sherin (2021) understreker at noticing krever en bevisst og aktiv observasjonspraksis. Dette kan gjøres på ulike måter, og Mason (2002) identifiserte ulike oppmerksomhetsområder som lærere kan rette fokus mot, slik som å gjenkjenne sammenhenger, resonnere, skjelne detaljer eller helheter. Wells (2017) peker på at fysiske bevegelser og kroppslig engasjement kan indikere forståelse. Liljedahl (2016, 2023) tydeliggjør at dette også er relevant i tenkende klasserom da han argumenterer

for hvordan slike uttrykk blir mer synlige når elever arbeider på vertikale tavler, sammenlignet med tradisjonelt arbeid ved pulter.

Selv om noticing kan minne om hverdagslig observasjon, skiller det seg fra generell observasjon ved at læreres faglige og pedagogiske bakgrunn gir et mer målrettet fokus på ulike aspekter av undervisningen og elevenes forståelse (Dindyal et al., 2021). Noticing er derfor en profesjonell oppmerksomhet der lærere anvender sin erfaring til å legge merke til detaljer, misoppfatninger eller forståelse som ellers kunne gått ubemerket hen. For eksempel vil en lærer med slik bakgrunn raskere kunne legge merke til hvis grupper gjør større eller mindre feil, som blanding av regnerekkefølge, blande sammen begreper og verdier eller anta feiltagelser slik som at den deriverte til et produkt er lik produktet av de deriverte. Denne kompetansen er essensiell for å identifisere elevenes matematiske kompetanse, motivasjon, arbeidsmetoder eller andre forhold, og det legger grunnlaget for videre differensiering av undervisningen til enkeltelever (van Es & Sherin, 2021).

2.5.2 Differensierte mål

Prast et al. (2015) belyser målsetting som en viktig del av differensieringsprosessen. Målene kan inkludere både faglige og sosiale dimensjoner. Faglige mål refereres ofte til som læringsrelaterte mål (Benita et al., 2014), der både langsiktige mål (hva elevene skal kunne ved slutten av året) og kortsiktige mål (læringsmål for timen) er viktige (Prast et al., 2015). Videre bemerker Prast et al. (2015) at matematiske læreplaner ofte ikke har differensierte mål, og at læreren derfor må tilpasse målene slik at de kan være overkommelige for ulike elevgrupper. Wolters (2004) definerer slik individuelle mål (*individual goals*) som egne, spesifikke, personlige mål for elever i læringssituasjoner. Generelt er det viktig at alle elever blir utfordret, noe som også var en grunnleggende hensikt ved utviklingen av tenkende klasserom (Liljedahl, 2023). Derfor er det også viktig at lærer og elever vet hvilke mål man skal strekke seg etter for å utvikle matematisk kompetanse (Charalambous et al., 2023).

I tenkende klasserom er oppgaven lik på alle grupper og mål uttrykkes sjeldent eksplisitt, da fokus ligger på kollektiv utforskning og problemløsning (Liljedahl, 2023). Sleep (2012) beskriver hvordan læringsmål kan være implisitte og dynamiske gjennom matematisk målstyring (*mathematical purposing*), som defineres som en prosess der lærere kontinuerlig formulerer og justerer målene sine både før og underveis i undervisningen (Sleep, 2012). Dette innebærer en planleggingsfase der læreren reflekterer over læringsmål og matematiske

hovedpoeng, samt vurderinger av elevenes kunnskap og forståelse underveis i økten, for å kunne tilpasse målene i sanntid, noe som er en viktig del av differensieringsarbeidet (Prast et al., 2015). Selling et al. (2024) argumenterer på sin side for at eksplisitt formulerte læringsmål kan være viktig for elevers læring fordi de gir elevene forståelse av hvorfor og hvordan man lærer matematikk. Liljedahl (2023) peker på hvordan vertikale tavler i tenkende klasserom legger vekt på elevstyrt resonering og avdekking av matematiske sammenhenger, ofte uten en forhåndsdefinert løsning. Som en alternativ tilnærming til målsetting viser Selling (2016) til at mål også kan formidles underveis eller etter undervisning for å både imøtekomme ønsket om elever autonomi og utforskning, men samtidig formidle mål og hensikt med undervisningen.

2.5.3 Differensierte praksiser

Prast et al. (2015) viser til oppgaver som den viktigste komponenten av praksiser i matematikkundervisning, i tråd med tidligere nevnt forskning på oppgavens sentrale betydning for utvikling av matematisk kompetanse (Schoenfeld, 1994; Sullivan et al., 2009). Videre bemerkes det at oppgaver også bør være differensierte for å kunne gi faglig utbytte til alle elever. Charalambous et al. (2023) antyder at det er en nær sammenheng mellom differensiering og kognitiv utvikling, og fremhever at differensiering av oppgaver trolig spiller en rolle for at enkeltelever skal kunne utvikle seg kognitivt. Her kan for eksempel nivådelte oppgaver være en måte å differensiere oppgaver. Dette er oppgaver som tilpasses etter elevenes ferdighetsnivå for å gi dem mulighet til å anvende deres tidligere tilegnede kunnskap for å løse oppgavene (Herset et al., 2025).

Det finnes mange tilnærminger til oppgavebruk i differensiert matematikkundervisning (Bardy et al., 2024). For eksempel kan tilleggsinformasjon, konkreter eller andre hjelpemidler differensiere oppgaver (Prast et al., 2015). Et annet valg enn nivådifferensiering er adaptive oppgaver. Adaptive oppgaver er oppgaver som kan løses av ulike elever med ulikt læringspotensial, på ulike måter (Bardy et al., 2021). Slike oppgaver er ofte åpne oppgaver, noe som betyr at det finnes flere ulike løsningsstrategier og gir rom for at elever kan finne en løsning på sitt eget nivå (Bardy et al., 2021, 2024). De har altså en lav inngangsterskel, men kan også løses ved bruk av mer avansert matematikk (Bardy et al., 2021).

En stor utfordring med adaptive oppgaver, er nettopp utvelgelsen av dem. Bardy et al. (2021) viser til at lærere ikke har en felles forståelse av hvilke oppgaver som skårer høyt på de ulike kvalitetene. I undersøkelsen rangerte en gruppe lærere og eksperter/forskere ulike kvaliteter i

oppgaver, og man fant at lærere rangerte mange oppgaver som middels gode, også de oppgavene ekspertene mente enten var veldig egnet eller veldig uegnet (Bardy et al., 2021). Tilsvarende fant Pettersen og Nortvedt (2018) at lærere i stor grad klarte å identifiserer hvilke kompetanser som var relevante i oppgaver, men hadde større utfordringer med å vurdere hvilke oppgaver som krevde et høyere kompetansenivå. I mange læreverk er det også ofte få adaptive oppgaver, noe som kan gjøre utvelgelsen av oppgavene vanskeligere og mer tidkrevende for lærere (Bardy et al., 2024). Charalambous et al. (2023) legger vekt på utvelgelsen av oppgaver og planlegging av timen som en avgjørende del av matematikkundervisningen, der de videre viser til viktigheten av at lærere øver seg på å analysere hva som er utfordrende ved ulike oppgaver, også for å kunne tilpasse presentere oppgaven godt og å kunne tilpasse den til ulike elevers behov. Dette er særlig viktig i et tenkende klasserom, hvor elever skal lære av egne feil og arbeider med åpne oppgaver uten forhåndsgitte løsningsmetoder, slik at lærere vet hvor elevene trenger ekstra støtte i oppgaveløsningen (Liljedahl, 2023)

2.5.4 Evaluering av progresjon og prosess

Både ved å vurdere elevarbeid, egen undervisning og vurderinger, burde lærere evaluere egen differensieringspraksis og vurdere om elevene har oppnådd deres individuelle mål (Prast et al., 2015). Det er viktig å vurdere om de tilpasningene de har gjort har hatt ønsket effekt og hva som eventuelt kunne gjort annerledes. Evalueringsfasen skal gi læreren innsikt i elevenes nåværende mestringsnivå og mulighet for å justere undervisningen med nye innspill, noe som innleder en ny identifiseringsfase (Prast et al., 2015).

Evalueringsfasen kan bestå av flere ulike komponenter, som for eksempel ulike vurderingsformer, observasjoner eller samtaler (Prast et al., 2015). Disse brukes for å vurdere elevenes kunnskaper samt kvaliteten på de gjennomførte tilpasningene. Å undersøke om læringen har blitt forankret hos elevene og om tilpasningene var tilstrekkelige er en viktig del av denne differensieringsfasen, men også en viktig del av et tenkende klasserom (Liljedahl, 2023). En slik forankringsprosessen refereres ofte til som konsolidering. Konsolidering er et vidt begrep, men forklares som prosessen med å gjøre ny forståelse eller kunnskap mer robust og kontekstuavhengig (Dreyfus & Tsamir, 2004). Denne prosessen er en viktig del av å gjøre abstrakt kunnskap mer stabil, slik at elevene kan anvende kunnskapen i ulike matematiske situasjoner.

Klette (2020) knytter konsolidering til en metakognitiv prosess, der elevene språkliggjør og reflekterer over egen tenking og læring. Derfor er det også en sentral mulighet for å evaluere hva elever har lært og om tilpasninger har fungert. En undervisningsøkt med vertikale tavler skal etter praksisen som nevnt avsluttes med en forankringsprosess, der målet er å konkretisere læringen som har skjedd i klasserommet (Liljedahl, 2023). Dette kan for eksempel gjøres ved elevinnspill, helklassesamtale eller en gjennomgang der flere elevsvar blir sammenlignet av læreren. En slik gjennomgang kan sees på som en konsolideringssituasjon som ønsker å gi økt forståelse for elever som ikke greide å holde følge i løpet av timen (Liljedahl, 2016). Det vil også gi elevene mulighet til å få et metaperspektiv på egen læring og gi læreren mulighet for en evaluering av læringsutbyttet til elevene.

2.6 Tidligere forskning

Mye av det teoretiske grunnlaget til denne studien er beskrevet i avsnittene over. Likevel er det viktig å legge frem et empirisk utdrag av effektene av differensiering i utforskende undervisning for å få bedre innsikt i hvordan metoden fungerer i praksis. Differensiering og utforskende undervisning er to store forskningsfelt innenfor pedagogisk utdanningsforskning. Som nevnt er disse begrepene brede og rommer mange ulike tilnærminger og perspektiver (Eikeland & Ohna, 2022; Roskvold, 2024). Dette gir forskningen et stort spenn av muligheter, men innebærer også at mange ulike faktorer må tas i betraktning når effektene av metodene undersøkes (Prast et al., 2015). Samspillet mellom differensiering og utforskende undervisning representerer et derfor et forskningsområde som fortsatt er relativt lite utforsket (Nur'aini et al., 2023), noe som også stemmer for konteksten av matematikkundervisning og vertikale tavler. En gjennomgang av eksisterende forskning på vertikale tavler og tenkende klasserom, ved søk i databaser som ERIC og Google Scholar, fant få eller ingen studier som eksplisitt undersøker hvordan differensiering gjennomføres med bruk av vertikale tavler. Dette delkapittelet skal derfor presentere et utdrag av tidligere forskning på differensiering i utforskende undervisning. På grunn av at dette også er et begrenset utforsket felt i matematikk, inkluderes også forskning gjennomført i naturfag/fysikk, da dette kan ha overføringsverdi til matematikkundervisning. Fokuset vil være hvordan eksisterende litteratur belyser effekten av differensiering og utforskende undervisning, samtidig som forskningsgapet knyttet til tilpasning av undervisning i et tenkende klasserom tydeliggjøres.

Liljedahl (2016) forsket i mange år på det som endte med å bli undervisningspraksisen tenkende klasserom. Dette ble gjort ved designbasert forskning som strakk seg over ti år, der det ble tatt i bruk det han kalte indikatorer for engasjement som enten var målbare eller observerbare med kvalitative eller kvantitative metoder (Liljedahl, 2016). Dette gjorde han ved bruk av egen praksis, observasjoner og intervjuer av lærere og elever. Effekten ved bruk av vertikale tavler og bruken av synlig tilfeldig gruppering av elever er to hovedfunn som presenteres. Det vises til at begge disse strategiene var enkle å implementere, og hadde effektiv positiv effekt på elevers tenkeadferd, entusiasme og samarbeidsvilje. Liljedahl (2016) presenterer deretter et rammeverk bestående av ni punkter som til sammen danner grunnlaget for tenkende klasserom: typen oppgave, hvordan oppgaven ble presentert, hvordan grupper formes, elevenes arbeidsflater/plass, organisering i klasserommet, hvordan spørsmål ble svart på, hvordan hint ble brukt, tilpasning av nivå på oppgavene og vurdering. Liljedahl (2016) viste til at lærerne som deltok ofte ønsket å lære mer og å fortsette bruken av slik type undervisning.

Nur'aini et al. (2023) undersøkte både differensiering på innhold, prosess og produkt i utforskende undervisning for videregående skole elever i naturfag/fysikk. Deres studie brukte fire undervisningsklasser der alle gruppene skulle undervises med utforskende undervisningsmetoder. Én gruppe fungerte som kontrollgruppe med lite tilpasning og praktisk arbeid med eksperimenter, mens de tre andre gruppene fikk undervisning tilpasset sin foretrukne stil, som for eksempel visuell undervisning med video og tankekart som produkt. Elevene gjennomførte en før- og etter-test der det ble at andelen elever på det høyeste forståelsesnivået på testene var høyere enn i kontrollklassen for alle tema. Studien har dog et lite og begrenset utvalg på 53 elever på en videregående skole som skaper begrensninger i generaliserbarheten til studien (Nur'aini et al., 2023).

På samme måte gjennomførte Ramdani et al. (2025) en studie som undersøkte differensiert læring i utforskende matematikkundervisning og elevenes evne til kritisk tenking. I denne studien ble innhold, prosess og produkt tilpasset elevenes ferdighetsnivå og behov. Elevene fikk ulike former for støtte basert på egne ønsker, blant annet nivådelte oppgaver, konkrete og annen tilpasset veiledning. I tillegg fikk de selv velge hvordan de ønsker å presentere sitt sluttprodukt. Videre var det en kontrollklasse som ble undervist med tradisjonelle undervisningsmetoder. Studien fant at i eksperimentgruppen hadde 26% av elevene stor forbedring i kritisk tenking, mens ingen elever i kontrollgruppen hadde det samme, mens 21,7% viste lav eller ingen forbedring i eksperimentgruppen, var det hele 60,9% som viste det

samme i kontrollgruppen (Ramdani et al., 2025). Studien til Ramdani et al. (2025) viser at differensiering i utforskende matematikkundervisning kan ha en positiv effekt på elevers kritiske tenking, og resultatene tyder på at tilpasninger av innhold, prosess og produkt kan gi et bedre læringsutbytte for elevene.

Begge disse studiene er eksempler på Prast et al. (2015) sitt poeng om at både differensiering og utforskende undervisning kan gjøre på så ulike måter at et samlet bilde av en generell effekt er vanskelig å teste. Slik som det er diskutert i kapittel 2.2.1, er effekten av utforskende undervisning omdiskutert, der det både kan vises til at eksplisitt undervisning er viktig for lavt presterende elever (Sweller et al., 2024), men at tilgang til utforskende undervisning og problemløsning også kan være viktig for kognitiv utvikling i matematikk og like muligheter for elevene (Alfieri et al., 2010; de Jong et al., 2023). Likevel peker studiene til Nur'aini et al. (2023) og Ramdani et al. (2025), i likhet med Alfieri et al. (2010) og de Jong et al. (2024), på at veiledet, differensiert utforskende undervisning der også eksplisitt støtte og undervisning tas i bruk når det trengs, er en god balanse og kan gi elever økt konseptuell forståelse i matematikk.

3 Metode

I dette kapitlet vil jeg først beskrive de metodiske valgene som har blitt gjort, samt gjøre rede for data som denne oppgaven bygger på. Datagrunnlaget for studien består av intervju av lærere og videoobservasjon av deres undervisning ved bruk av vertikale tavler. Deretter presenteres den praktiske gjennomføringen av datainnsamlingen, før jeg til slutt redegjør for analysen, samt vurderer validiteten, reliabiliteten og de etiske hensynene som er ivarettatt.

3.1 Forskningsdesign

Hovedformålet med forskningsdesignet mitt var å undersøke hvilke muligheter og utfordringer lærerne opplevde knyttet til differensiering i deres «tenkende klasserom». I tillegg ønsket jeg å utforske hvordan differensiering konkret kunne arte seg i denne konteksten. For å få en dypere innsikt i både lærernes refleksjoner og praksis, ble et kvalitativ forskningsdesign vurdert som hensiktsmessig (Cohen et al., 2017; Patton, 1999).

Problemstilling til prosjektet er: *Hvilke muligheter og utfordringer finnes knyttet til differensiering i et tenkende klasserom?* For å få innsikt i lærernes tanker og refleksjoner rundt differensiering i et tenkende klasserom, ble det gjennomført semistrukturerte intervjuer. Denne metoden egner seg godt for å utforske deltakernes egne erfaringer og perspektiver (Brinkmann & Kvale, 2015). I tillegg ønsket jeg å belyse hvordan differensieringen faktisk kom til uttrykk i praksis. Derfor ble undervisningstimene med vertikale tavler videoobservert. Videoobservasjon er velegnet for å undersøke hvordan undervisning gjennomføres i praksis, og gir mulighet til å studere samspill og hendelser slik de utspiller seg i klasserommet (Creswell, 2009).

I denne studien betraktes differensiering som et fenomen som undersøkes innenfor rammen av et tenkende klasserom. Casestudiedesign er velegnet når et slikt fenomen studeres i tett sammenheng med konteksten det utspiller seg i, og når målet er å oppnå en dypere forståelse (Yin, 2018). Casestudier er mye brukt innen samfunnsvitenskapelig forskning nettopp fordi de ofte tar utgangspunkt i virkelige situasjoner, slik som differensiering i et tenkende klasserom, der fenomenet og konteksten gjensidig påvirker hverandre. For å undersøke dette samspillet i dybden benyttes metodetriangulering (Yin, 2018).

For å få et tydelig bilde av hvordan differensiering skjer ved bruk av vertikale tavler, var det viktig å kartlegge lærernes refleksjoner rundt både muligheter og utfordringer knyttet til dette. Livsverden forstås som menneskers personlige opplevelse av sitt hverdagsliv, og et kvalitativt intervju har som formål å utforske denne opplevelsen og refleksjonene rundt den (Brinkmann & Kvale, 2015). Differensiering er en viktig del av en lærerjobb, og vil derfor i større eller mindre grad være en del av læreres hverdag og arbeidsliv. Målet med et kvalitativt forskningsintervju er ikke kvantifisering, men heller å få innsikt i disse lærernes nyanserte beskrivelser av den delen av arbeidshverdagen deres som omhandler differensiering i matematikklasserommet (Brinkmann & Kvale, 2015).

For å sikre at intervju spørsmål og oppfølgingsspørsmål til sammen ville gi svar på problemstillingen, var det viktig at intervjuerne hadde faglig innsikt i både intervju som metode og tema som skulle undersøkes (Brinkmann & Kvale, 2015). Derfor var det en fordel at jeg som forsker hadde tid til å lese mye teori før intervju ble planlagt og gjennomført. I tillegg var prosjektleder og jeg sammen om å gjennomføre alle intervjuene. Brinkmann og Kvale (2015) understreker at intervjuing er et håndverk som krever øvelse. Å lære i et forskningsfellesskap av personer som både har mer faglig og metodisk erfaring, er en god mulighet for å utvikle seg til en dyktig intervjuer. Det var også en styrke å være to stykk til å delta i lytting og observasjon av samtalen. Dette la til rette for mer presise oppfølgingsspørsmål og sikret et bedre grunnlag for å besvare problemstillingen basert på intervjudataene (Brinkmann & Kvale, 2015).

Observasjon som metode er en tradisjon som lenge har blitt brukt for å forstå undervisning og læring. Det har i senere tid også blitt en økt bruk av opptak av denne observasjonen i form av videoobservasjon (Klette & Blikstad-Balas, 2018). I denne studien ble det tatt opptak av elevene som arbeidet i grupper, og av lærernes konsolideringsøkt etter endt gruppearbeid. Å ta opptak i klasserommet er en god måte å fange elever og læreres sosiale interaksjoner på fordi både video og lyd kan gi tilgang til mange detaljer (Rusk et al., 2012). Dette var viktig for å kunne analysere lærernes handlinger og praksiser i klasserommet, og for å kunne undersøke elevenes respons på undervisningen og tilpasningen av den. I tillegg har denne tilgangen til både lyd og video mulighet for lagring og avspilling (Blikstad-Balas, 2017). En stor fordel med dette er at avspilling videre gir mulighet for flere ulike analyser og det gjør analysen av observasjonen etterprøvbart (Blikstad-Balas, 2017). Dette diskuteres videre i kapittel 3.5.

3.2 Utvalg

Prosjektet «*Problemløsning og utforsking med vertikale tavler: Bygge tenkende klasserom?*», som denne oppgaven er en del av, startet i 2023. Gjennom dette prosjektet fikk jeg tilgang til tidligere innsamlet datamateriale som var relevant for problemstillingen, samtidig som jeg samlet inn ny empiri med et mer spesifikt fokus på differensiering.

Datainnsamlingen ble gjennomført ved en videregående skole i Oslo-området som hadde lang erfaring med bruk av vertikale tavler i undervisningen. Dette var et formålstjenlig utvalg, altså et utvalg som er håndplukket basert på noen visse kriterier (Cohen et al., 2017). Denne metoden brukes for å sikre at deltakerne har relevant innsikt i temaet som skal undersøkes. I denne studien ble det derfor valgt ut lærere som hadde erfaring med, og som aktivt underviste ved bruk av vertikale tavler. Ved prosjektoppstart tok prosjektleder kontakt med skoleledelsen, som samtykket til deltakelse i prosjektet. Lærerne meldte seg frivillig som deltakere.

Utvalget besto av tre videregående skole lærere og deres klasser. To av lærerne hadde deltatt i prosjektet i to år, og har derfor blitt intervjuet og observert to ganger. Dette var som nevnt for å gå mer i dybden i tema differensiering.

Tabell 1: Oversikt over informantene og datagrunnlag

Lærere	Klasser	Datagrunnlag intervju	Datagrunnlag observasjon
Anders	1TA + R1A	To intervju	Videoobservasjon av ni grupper og konsolidering i to undervisningsøkter (237 minutt)
Britt	1TB1 + 1TB2	To intervju	Videoobservasjon av syv grupper og konsolidering i to undervisningsøkter (291 minutt)

Celina	1TC	Ett intervju	Videoobservasjon av fem grupper og konsolidering i en undervisningsøkt (176 minutt)
---------------	-----	--------------	---

Data til denne studien ble samlet inn i perioden høsten 2023 til våren 2025. Første intervju av Anders og observasjon av hans 1TA ble først gjennomført høsten 2023. Da var han nybegynner i metoden. Neste intervju og observasjon av Anders ble foretatt våren 2025 når han var mer erfaren. Britt ble først intervjuet og observert våren 2024, med 1 skoleårs erfaring. Neste intervju og observasjon av henne ble avholdt våren 2025, med et og et halvt års erfaring. Celina var nyansatt på skolen høsten 2024. Hun ble intervjuet og observert våren 2025. Hun var da nybegynner med metoden.

Størrelse på utvalget må også bestemmes ut fra flere faktorer, blant annet forskningstype, problemstilling og forskningsdesign (Cohen et al., 2017). Hensikten med studien var å utforske læreres tanker og praksiser knyttet til differensiering i et tenkende klasserom. Det var derfor ønskelig med en dypere innsikt i deres perspektiver. I kvalitativ forskning er det normalt med et lite utvalg, nettopp for å kunne gå i dybden fremfor å dekke bredde (Cohen et al., 2017). I tillegg kan praktiske forhold som tid og logistikk påvirke størrelsen på utvalget (Cohen et al., 2017). Ved å analysere fem intervjuer og ulike grupper i fem videoinnspilte undervisningsøkter, var det mulig å besvare problemstillingen på en måte som ivaretok både studiens behov for dybde og et tilstrekkelig datagrunnlag.

3.3 Datainnsamling

Som tidligere nevnt var deler av datamaterialet som ble brukt i denne studien samlet inn skoleåret 2023/2024. Denne datainnsamlingen hadde et annet formål enn min studie, og intervjuene ble derfor utført med en annen intervjuguide (se vedlegg 4). Intervjuene ble filmet og lagret, og fant sted i klasserom med samme kontekst, det vil si «tenkende klasserom». Fordi kvalitativ data ofte er tett knyttet til konteksten den er hentet fra (Dalland, 2012), var det avgjørende at settingen samsvarte med rammene for denne studien for at materialet skulle kunne gjenbrukes. Gjenbruk av kvalitativ data kan by på utfordringer, ettersom forskeren ofte ikke har tilgang til den opprinnelige konteksten, relasjonen til informantene eller stemningen

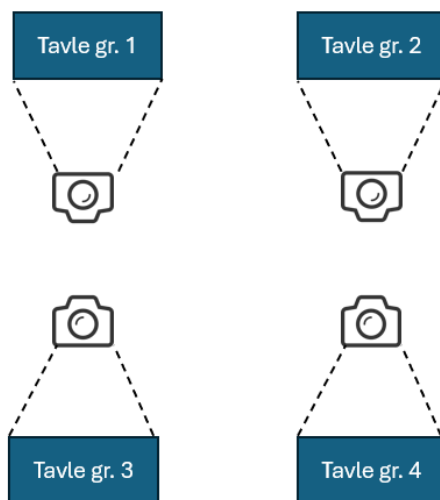
under selve datainnsamlingen. Likevel argumenterer Dalland (2012) for at særlig videodata egner seg godt til reanalyser, ettersom de gir rik informasjon utover det som sies verbalt. Fordi intervjuene fra skoleåret 2023/2024 også ble filmet, hadde jeg i ettertid mulighet til å observere kroppsspråk og annen ikke-verbal kommunikasjon, selv om jeg ikke selv deltok i intervjuene. Ettersom konteksten for forskningsprosjektet er avgrenset til undervisning med vertikale tavler, tok lærerne også opp temaer som var direkte relevante for denne studien. Dette gjorde det mulig å inkludere materialet i analysen.

Videoobservasjonen i klasserommene ble gjennomført før intervjuene. Dette ble gjort for at jeg som forsker skulle få en større forståelse av konteksten lærerne underviste i. Undervisningspraksisen et tenkende klasserom er en detaljert og konkret undervisningspraksis (Liljedahl, 2023). Dette er i tillegg en relativt ny praksis, og er ikke noe jeg som forsker har erfaring med fra praksis eller som tidligere elev (Liljedahl, 2016; Valbekmo & Bjuland, 2023). En av de store utfordringene med videoobservasjon er ofte utfordringen rundt å forstå handlingsforløpets kontekst kun ved å observere video (Blikstad-Balas, 2017). For å unngå dette problemet, var jeg også til stede i klasserommet under videoobservasjonen da det var mulig. Det å gjennomføre observasjonen først ga meg mulighet for å eventuelt oppdage detaljer eller dynamikker i klasserommet som det var ønskelig å spørre lærerne om i intervjuet. Det var i tillegg fordelaktig å gjennomføre intervjuet som den siste delen av datainnsamlingen fordi intervjuer i større grad kan forme forskerens forståelse av fenomenet (Fraenkel & Wallen, 2008).

3.3.1 Praktisk gjennomføring av klasseromsobservasjon

Som forberedelse til klasseromsobservasjonen ble utstyret pilotert. Fremgangen til alle tre observasjonene var like. Før timen startet ble det montert og plassert kamera rundt i klasserommet i samråd med lærer, der det i hovedsak brukt fire kameraer. I 1TB2 passet dette med antall elever som hadde samtykket til deltagelse, og fire grupper ble filmet i dette klasserommet. I 1TC hadde flere elever samtykket, slik ble derfor et kamera montert til å filme to grupper, og fem grupper ble filmet totalt. I R1A hadde mange av elevene samtykket til filming. Derfor ble fire grupper filmet med de vanlige kameraene, i tillegg til at to ekstra kamera uten mikrofon ble brukt. På disse gruppene monterte vi diktafoner på veggen for å også få samlet inn samtalen til gruppene. I figur 2 er det skissert et eksempel på hvordan plassering av grupper, tavler og kamera var i klasserommet. En elev på hver gruppe, i tillegg til læreren, fikk utdelt mikrofon. Underveis i observasjonen tok en student bilder av oppgaver

og tavler, mens de andre tok feltnotater for hånd. Både elevenes arbeid på vertikale tavler og lærerens konsolidering ble filmet.



Figur 2: Skisse av kameraoppsett i klasserommet

3.3.2 Praktisk gjennomføring av intervju

Som forberedelse til intervjuene ble det først laget en intervjuguide, (se vedlegg 5).

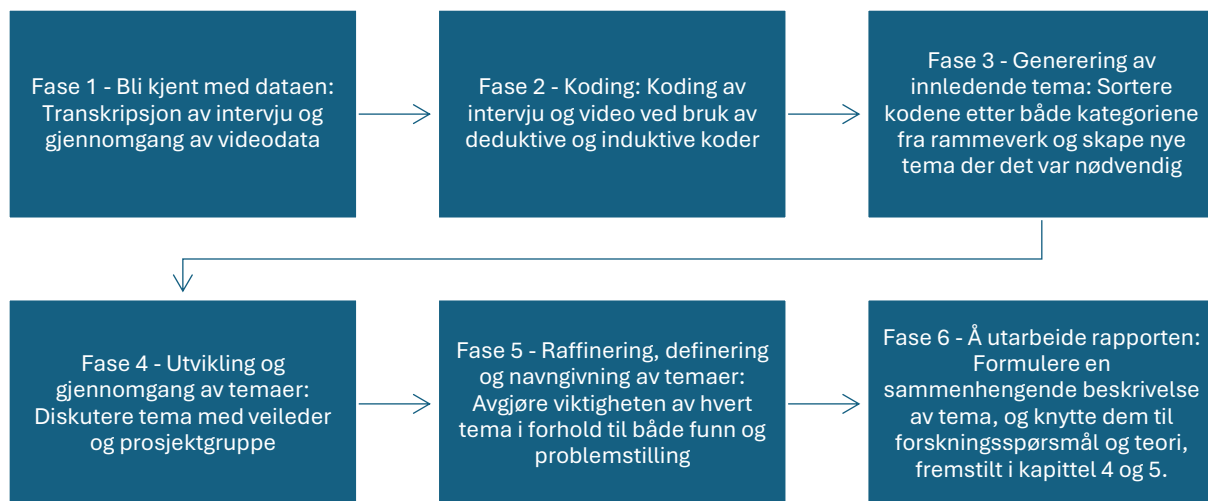
Intervjuguiden ble utformet for å karakterisere både utfordringer, fordeler og løsninger knyttet til differensieringen i arbeidet med vertikale tavler. Semistrukturert intervju kombinerer en fast struktur med fleksibilitet (Brinkmann & Kvale, 2015). I inngangen til intervjuet ønsket jeg å direkte fremlegge formålet med intervjuet og spurte derfor etter lærerens refleksjoner rundt hva de legger i differensiering: «*Kan du reflektere rundt hva du legger i differensiering?*». Deretter ble spørsmålene snevret mer inn mot konkrete elementer i et tenkende klasserom, slik som for eksempel: «*Er det noen fellesnevnerne ved oppgavene du typisk velger ut til vertikale tavler?*». Siden oppgaver er en sentral del av matematikkundervisning og differensiering av den, var dette også en sentral del av intervjuet. Intervjuspørsmålene var utformet for å dekke konkrete undervisningspraksiser, inkludert hvordan læreren tilpasset oppgaver, organiserte grupper og håndterte elever som ikke deltok aktivt. For eksempel blir det stilt spørsmål slik som: «*gjør du noe spesielt med elever som ikke jobber eller deltar over lengre tid*», og «*deler du inn i grupper på en spesifikk måte, og gjør du noen tilpasninger her*». Jeg ønsket i tillegg å undersøke hvordan læreren forberedte seg på mulige elevspørsmål, ga tilbakemeldinger og refleksjoner knyttet til konsolidering og oppsummering av undervisning. Et semistrukturert intervju gir også rom for å følge opp, eller

utforske uventede temaer som oppsto underveis i intervjuet (Brinkmann & Kvale, 2015). Denne fordelten ble tatt i bruk gjentatte ganger underveis i intervjuene, noe som skapte en mer samtalepreget intervjuform, der informantene kunne være med å forme retning på samtalen. Samtidig ga intervjuguiden en tilstrekkelig struktur for å sikre nok relevant empiri for å kunne svare på problemstillingen (Brinkmann & Kvale, 2015).

I forkant av intervjuet ble det gjennomført et pilotintervju, både for å identifisere eventuelle svakheter ved intervjuguiden og spørsmålene, samt for å øve på å forbedre egen intervjuteknikk (Brinkmann & Kvale, 2015). Pilotintervju ga også innsikt i hvorvidt intervjuguiden faktisk fungerte til å genererte data og informasjonen som var nødvendig for å besvare problemstillingen (Brinkmann & Kvale, 2015). Pilotdeltakeren ble rekruttert gjennom prosjektlederne, som hadde kjennskap til flere matematikklærere med erfaring fra bruk av vertikale tavler. Intervjuet ble gjennomført i god tid før de øvrige intervjuene, slik at det var rom for eventuelle justeringer av intervjuguiden. Etter pilotintervjuet ble det avdekket at tre av spørsmålene i stor grad overlappet hverandre, og disse ble derfor slått sammen til ett. Intervjuene var strukturert i to deler: først ble lærernes erfaring med prosjektet kartlagt, deretter stilte jeg spørsmål fra min intervjuguide knyttet til deres refleksjoner rundt differensiering i et tenkende klasserom.

3.4 Analyse

For å undersøke datamaterialet i denne studien ble det gjennomført en refleksiv tematisk analyse. Tematisk analyse er en metode for å identifisere og sortere mønstre i forskningsdata, og refleksiv tematisk analyse er en variant av dette som i enda større grad vektlegger forskeren som et verktøy (Braun & Clarke, 2022). Altså handler det om at data tolkes subjektivt og at forskere bruker seg selv som verktøy for å skape mening i analysen. Analysen har fulgt de seks stegene til refleksiv tematisk analyse slik Braun & Clarke(2022) beskriver dem. Figur 2 viser en oversikt over hvordan stegene ble anvendt i denne studien. For å sikre en lett tilgjengelig fremstilling av analysen, har jeg valgt å presentere fase 1 og 2 samlet i delkapittelet 3.4.1, og fase 3,4,5 og 6 i delkapittel 3.4.2.



Figur 3: Seks steg av tematisk analyse (Braun & Clark, 2022)

3.4.1 Fase 1 og 2: Bearbeiding og koding av datamaterialet

Første steg av analyseprosessen var å gjøre seg kjent med datamaterialet. Denne prosessen innebar både transkribering av intervjuene, gjentatte gjennomganger av transkripsjonene og gjennomgang av videoopptakene, for å få et helhetlig inntrykk. Underveis i prosessen ble det tatt refleksjonsnotater for å notere ned førsteinntrykk av funnene, noe som er anbefalt for å senere kunne beskrive analyseprosessen godt (Braun & Clarke, 2022). Rammeverket ble brukt som en teoretisk linse for å identifisere ulike aspekter av differensieringsprosessen i materialet, uten å gjennomføre en detaljert koding på dette stadiet. Den mer grundige kodingen ble gjort i neste fase. Det ble det notert at lærerne i stor grad var samsvarende med hverandre, men at de vektla enkelte elementer noe ulikt. Gruppene som ble observert i videoene var derimot varierende i grad av samarbeid og faglig nivå, både innad i, og på tvers av klasser.

Rammeverket til Prast et al. (2015) har vært en sentral del av flere steg i forskningsprosessen, både i utviklingen av problemstilling og intervjuguide. Det ble benyttet som et verktøy for å identifisere differensieringsstrategier eller mangel på dem ved, å vurdere de fire utvalgte komponentene: identifikasjon, differensierte mål, differensierte praksiser og evaluering av progresjon og prosess. En nærmere presentasjon av rammeverket og dets kategorier følger i kapittel 3.4.2.

Samtidig var jeg bevisst på å la datamaterialet snakke for seg selv, noe som resulterte i en kombinasjon av induktiv og deduktiv tilnærming (Braun & Clarke, 2022). Noen koder ble

dermed teoridrevet og basert på rammeverket, mens andre oppsto naturlig fra empirien. I tråd med Braun og Clarke (2022), som understreker at tematisk analyse er en læringsprosess hvor forskeren utvikler sin analytiske forståelse underveis, ble analysen fortløpende justert. Første utkast resulterte i 14 ulike koder, men etter videre bearbeiding ble det tydelig at flere av dem kunne slås sammen for å skape en mer strukturert analyse. For eksempel kodet jeg først *elevers personlighet og ulikheter* som en egen kategori, men etter hvert ble det klart at dette passet bedre under koden *noticing*. Dette var fordi funnene i stor grad handlet om elevenes evne og vilje til å synliggjøre sin kompetanse i gruppearbeidet, noe som forskning har vist kan påvirke hvorvidt lærere oppfatter enkelte elevers kunnskap i slike samarbeidssituasjoner (Costley, 2021)

Intervjuene med lærerne ble kodet først og det første intervjuet som ble kodet var intervjuet med Britt. Allerede i dette intervjuet ble mange av de 14 kodene nevnt over utformet. Lærerne hadde som nevnt, sammenfallende refleksjoner om mye. Dette gjorde at kodene som ble funnet i det første intervjuet i stor grad ble funnet i de to andre også. Likevel vektla de ulike lærerne noen ting mer enn de andre. Anders utdypet eksempelvis bruk og utforminger av oppgaver, konsolidering og nivådelte oppgaver i noe større grad, mens Celina la mer vekt på grupper.

Videre ble videoobservasjonene av de tre lærernes timer analysert. For analysering av videoobservasjonene ble det tatt i bruk observasjonsskjema, der tidspunkt til observasjonen, selve observasjonen, koden og tolkning av observasjonen ble notert. Dette er en anerkjent metode for å systematisere videoobservasjoner og analysere dem på en strukturert måte (Cohen et al., 2017). Observasjonene ble notert og samtalen i de utvalgte hendelsene ble transkribert slik at det kunne bli gjort en analyse og koding av disse. Det ble tydelig under videodataanalysen at det var flere ulike dimensjoner av gruppedynamikk som også måtte kodes, noe som var naturlig fordi arbeidet til elevene foregikk i grupper. Dette hadde tidligere kun vært en samlet kode (*gruppedynamikk*) under kodingen av intervjuene. Det ble i første omgang omgjort til fem mer nyanserte koder. Etter flere gjennomganger ble de til slutt slått sammen til de fire kodene *læring av hverandre*, *motivasjon og mestring*, *rollebevist veiledning* og *når spriket blir stort*.

Metodetrianguleringen av intervjuer og observasjoner la til rette for å en gjensidig påvirkning mellom kodingen av intervjuene og hva jeg la merke til i observasjonene, og motsatt (Cohen et al., 2017). For eksempel gjorde lærernes fokus på å begrense tilbakemeldinger, og heller gi

dem i form av spørsmål, at jeg særlig la merke hvordan elevene responderte på disse spørsmålene i observasjonen. Jeg observerte om alle deltok aktivt, og i hvilken grad gruppene klarte å komme videre i oppgaveløsningen ved hjelp av tilbakemeldingene. Ved neste gjennomgang av intervjuene ble det klart at det også her kunne passe å dele gruppedynamikk inn i de fire nye kodene. Observasjonene, som tydelig viste viktigheten og variasjonen av aspekter knyttet til gruppedynamikk, påvirket dermed hva jeg la vektla i intervjuanalysen. I tillegg ble noen av kodene som nevnt endret og slått sammen også senere i analyseprosessen. Til slutt ble det ni endelige koder som er vist nedenfor med eksempler i Tabell 2.

Tabell 2: Endelig oversikt over koder med forklaring og eksempler

Koder	Forklaring	Eksempler
Noticing	Funnene omhandler lærernes identifikasjon og tolkning av elevenes faglige nivå, samt deres ulike differensieringsbehov i tenkende klasserom.	«Jeg fikk en ganske umiddelbar oversikt over hva elevene fikk til og ikke fikk til [...]». (Intervju) «Det er fortsatt noen som tar veldig styringen. De som er trygge i matte, de holder gjerne tusjen og sånn». (Intervju)
Motivasjon og mestring, og læring av hverandre	Funn knyttet til elevenes motivasjon i tenkende klasserom og læringsmiljøets påvirkning.	«Noen høytpresterende elever syns det er stas å kunne vise frem og sånt». (Intervju) «De som er litt lavtpresterende [...], de forteller at alle kan jo så mye, og da tørr de kanskje ikke i like stor grad å bidra med ting». (Intervju) «Bra folkens! Da er vi videre». (Observasjon)
Læring av hverandre	Funn knyttet til hvordan elever lærer av hverandre gjennom samarbeid og dialog i grupper, samt hvordan samhandlingen påvirker deres faglige utvikling.	«Det er kjempenyttig [å snakke med andre grupper]. Hvis de står fast selv, går de bare bort og snakker om hvordan de gjorde det [...]. De er kjempedrevne på at de går og spør». (Intervju) «Jeg skjønner hvorfor den gruppa der bruker Pythagoras». Viser gruppen hva hun tenker. (Observasjon)
Rollebevist veiledning	Funn knyttet til hvordan lærernes veiledning i gruppesamarbeidet, og hvordan deres rolleutøvelse påvirker elevenes samhandling på gruppen.	«Også snakker vi om hva man kan gjøre hvis du merker at du er den som forstår minst på gruppen». (Intervju)

		«I en gruppe må vi øve på å tørre å prøve og feile, i en annen fokuserer vi mer på fokus og samarbeid». (Intervju)
Progresjon	Funn knyttet til mål, progresjon i undervisningen og læreplanens påvirkning av dette.	«For mesteparten av faget, så skal du jo lære et pensum. Da blir det en mye mer smal vei, det kan hende det kun er et par metoder for å løse problemene på». «Det viktigste [når undervisningen planlegges] er ideen med hva det er vi har holdt på med, hva er greia, hva er det vi prøver å få tak i, hva er mål, også knytte det til læreplanmålet». (Intervju) «Målet er at de ikke skal ha fått høre fra meg hva de skal lære først». (Intervju)
Når spriket blir stort	Funn knyttet til spredning i faglig nivå på gruppene.	«Hvis du først faller av, har du ikke mulighet til å hente deg inn igjen». (Intervju) «Det handler om at de klarer å gi hverandre hint, å forklare til hverandre, hvis de er på samme nivå». (Intervju) «Men det vanskeligste er de aller svakeste». (Intervju)
Adaptive oppgaver	Funn knyttet til planlegging og bruk av de adaptive oppgavene i undervisningen.	«Det vanskeligste er ofte å starte på et godt sted». (Intervju) «Det er om å gjøre å ikke ha for store steg». (Intervju) «Det handler om å ha åpne oppgaver med lav inngang». (Intervju)
Differensiert tilbakemelding	Hint og tilbakemeldinger undervis og etter undervisning, inkludert kommunikasjon mellom lærer og elever/grupper.	«Det er ekstra viktig å tenke igjennom hva som kan gå galt når de skal stampe i tingene selv, og hva er det jeg kan si for at de skal skjønne det, uten at jeg sier at dette er feil eller gjør sånn». (Intervju) Læreren kommer bort, men lytter kun til elevene. Gruppen henvender seg til læreren og sier de har funnet en lang vektor. Læreren spør: «Hvor lang er den?». Da begynner gruppen å regne. (Observasjon)

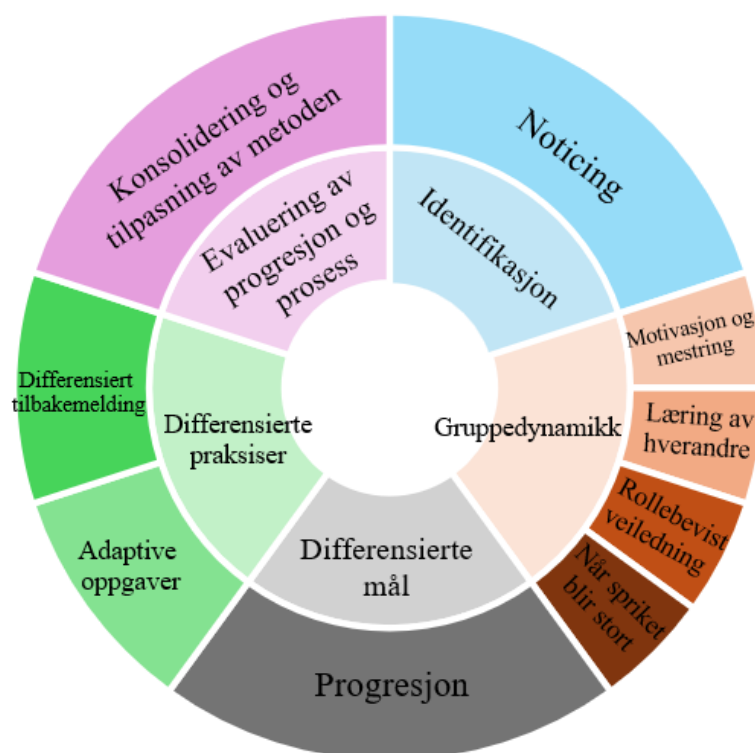
Konsolidering og tilpasninger av metoden	Funn knyttet til konsolidering, faktorer som påvirker langsiktig læring, samt tilpasninger av tenkende klasserom som avviker fra den opprinnelige gjennomføringen for å oppnå dette.	«Det er mye jeg syns krever konsolidering. Det er det vanskeligste.» (Intervju) «Det handler om at man skal prøve å unngå å ha et opplegg som er utforskende, og så skal jeg bare komme etterpå og si svaret og gi alle metodene» (Intervju) «Av og til må vi ta en time out». (Intervju) «Slutten av opplegget er sjekkforståelsen av oppgaver [nivådelte oppgaver]». (Intervju) «Jeg snevrer litt inn på tavleøktene, for det er utrolig krevende å stå lenge ved tavler». (Intervju)
---	--	--

3.4.2 Fase 3, 4, 5 og 6: Generering, utvikling, raffinering og definering av tema

Fase tre, fire og fem omhandler alle prosessen med å identifisere mønstre og mening for å utvikle de endelige temaene i analysen (Braun & Clarke, 2022). For å danne temaer må man se etter sammenhenger på tvers av datamaterialet (Braun & Clarke, 2022), noe som innebærer en vurdering av kodene og deres innhold fra både intervjuene og observasjonene.

De første kodene ble i stor grad utviklet induktivt og derfor sortert i de induktive temaene: *utfordringer med differensiering, virkemidler for differensiering* og *grupper*. Etter hvert ble det tydelig at rammeverket kunne ha en organiserende rolle, og kodene ble derfor sortert i kategoriene fra rammeverket, samtidig som det induktive tema, gruppedynamikk ble utviklet. Som nevnt i kapittel 2.5 har ikke differensiert instruksjon blitt anvendt som en kategori fordi dette i hovedsak ble kategorisert som helklasseundervisning før elevarbeid (Prast et al., 2015). Slik type instruksjon er ikke en sentral del av tenkende klasserom (Liljedahl, 2023), og ble derfor ikke blitt vektlagt som en kategori i denne studien. Andre former for instruksjon, som tilbakemeldinger og konsolidering, ble derimot kategorisert innenfor andre relevante kategorier, som illustrert i figur 4.

Fase fire omhandler å kvalitetssjekke temaene (Braun & Clarke, 2022), og dette ble i stor grad gjort ved samtaler med veileder. Kodene ble flyttet litt frem og tilbake da for eksempel koden *når spriket blir stort* både hadde elementer av identifisering av dette spriket, men var også tett knyttet til de matematiske praksisene i klasserommet. Fase fem handler om raffinering av temaene, noe som kan gjøres ved å gå tilbake til transkripsjonene og opptakene for å sikre at temaene er godt forankret i data (Braun & Clarke, 2022). Dette ble gjort ved å lese intervjuene på nytt, se over videoklipp og observasjonsskjema. Kodene hadde også blitt sortert etter tema i et eget dokument som da ble gjennomgått for å dobbeltsjekke at sitater og observasjoner reflekterte det temaet skulle speile. På denne måten ble kodene til slutt strukturert under hovedkategoriene *identifikasjon*, *gruppedynamikk*, *differensierte mål*, *differensierte praksiser* og *evaluering av progresjon og prosess*, som både bygger på rammeverket og reflekterer funnene i empirien. Den sjette og siste fasen handlet om å systematisere og presentere funnene, samt knytte dem til teori og eksisterende forskning, slik det er presentert i kapittel 4 og 5. Etter fullført koding og analyseprosess ble det til slutt stående fem tema med ni underkoder, som illustrert i figur 4.



Figur 4 - Kategorier med tilhørende koder

3.5 Validitet og reliabilitet

Dette delkapittelet skal ta for seg studiens validitet og reliabilitet. Det å vurdere kvaliteten til kvalitative studier kan være annerledes enn vurdering av kvantitative metoder (Johannessen et al., 2017). Det kan derfor være hensiktsmessig å dele begrepene i mindre deler, der reliabiliteten blir belyst av påliteligheten til studien, og validiteten blir belyst av studiens troverdighet, overførbarhet og bekreftbarhet (Lincoln & Guba, 1985)

3.5.1 Troverdighet

Dette prosjektet benytter seg av en metodetriangulering av semistrukturert intervju og videoobservasjon i klasserom for å svare på problemstillingen. Metodetriangulering er når å ta i bruk to eller flere metoder for å undersøke et fenomen (Flick, 2018). Siden metoder har sine sterke og svake sider vil en slik kombinerings av flere metoder, være en måte å redusere svakheter ved studien på (Larsen, 2017). Ved å kombinere intervju og observasjon fikk jeg også mulighet til å undersøke flere aspekter ved konteksten som ble forsket på. Både lærerens tanker ved bruk av intervju, men også deres praksis ved bruk av observasjon. Kvale og Brinkmann (2015) understreker nettopp dette, at triangulering ikke nødvendigvis fører til én objektiv sannhet, men at det heller er en mulighet for å belyse ulike aspekter av problemstillingen; både tanker, refleksjoner og praksis knytte til utfordringer og muligheter ved differensieringspraksiser. Variasjonen av datakilder, de tre ulike lærerne og mange grupper i hver klasse, sikrer et bredt perspektiv (Yin, 2018). Datamaterialet gir innblikk i tre læreres ulike individuelle perspektiver på differensiering, men også mange ulike elevers arbeid i tenkende klasserom. På denne måten ga metodetrianguleringen et bedre bilde av hvor vidt funnene mine var gyldige og var videre med på å styrke troverdigheten til studien.

Intervjuene var primærdataen til studien, der intervjuguiden hadde som hensikt å dekke problemstillingen og det var dette som ble analysert først. Likevel gjorde metodetrianguleringen at jeg også fikk nye perspektiver når jeg analyserte observasjonene. For eksempel ble jeg bevist på elevenes motivering av hverandre. Dette førte til en ny gjennomgang av intervjudata, der jeg ble bevist på at lærerne også reflekterte mye over motivasjonen til elevene, noe jeg tidligere ikke hadde vært oppmerksom på. En slik kontinuerlig prosess sikrer konsistens og nyanser i tolkningene, der en øker muligheten til å faktisk forstå fenomenene slik forskningsdeltagerne gjør det (Cohen et al., 2017). Derfor øker det også troverdigheten til datagrunnlaget.

De semistrukturerte intervjuene ble, som nevnt, gjennomført i henhold til en intervjuguide utarbeidet på bakgrunn av problemstillingen. Et semistrukturert intervju gir rom for fleksibilitet, men det er også viktig å være bevisst forskerens egen påvirkning for å sikre konsistente data (Brinkmann & Kvale, 2015). Dette er relevant både for å redusere forsker-bias og fordi forskeres tilstedeværelse kan påvirke reaktiviteten til forskningsdeltagerne. Det var fordelaktig at vi var to forskere som deltok i intervjuene, fordi vi i etterkant kunne gjennomgå samtalene sammen og sikre en felles forståelse av lærernes refleksjoner.

Videre ga opptaket av klasseromsobservasjonen en verdifull mulighet til å nøye analysere hendelser i klasserommet. Videoobservasjonene ga innblikk i gruppearbeidet på detaljnivå (Blikstad-Balas, 2017). De ga innsikt i både elevers interaksjoner med hverandre, andre grupper og med læreren. Dermed fikk jeg et mer helhetlig bilde av både elevenes arbeid og lærerens praksis. Dette underbygger argumentet for at denne studien har et rikt datagrunnlag.

Det er vanskelig å fange et helt naturlig bilde av hva som skjer i klasserommet da situasjonen ikke er helt naturlig med forskere, kameraer og mikrofoner til (Blikstad-Balas, 2017). Denne tilstedeværelsen kan føre til økt reaktivitet hos forskningsdeltagerne, noe som innebærer at deres atferd påvirkes av det faktum at de vet at de blir observert og filmet (Cohen et al., 2017). Likevel bemerker Rusk et al. (2012) at informantene har en tendens til «å glemme» kameraet over tid, fordi det blir fort en naturlig del av omgivelsene. For å redusere reaktiviteten valgte vi å plassere kameraene med litt avstand til elevene. Vi som forskere prøvde også å holde oss på avstand av gruppene, og ha en ikke-deltagende observasjon. Dette ga oss mulighet til å samle inn observasjonsnotater samtidig som vi prøvde å minimere påvirkningen av den naturlige dynamikken i rommet. Likevel var det tydelig på flere av videoobservasjonene at elevene i flere tilfeller viste bevissthet rundt at de ble filmet. Det kom med kommentarer slik som «*vi blir filmet folkens*», smilte og tullet foran kamera. Dette kan være med å svekke gyldigheten til enkelte funn, for eksempel ved at elevene i større grad prøver å vise sin beste side, siden de var beviste på å bli filmet. Samtidig ble intervjuene gjennomført etter observasjonene, noe som innebar en form for triangulering der lærernes utsagn kunne sammenholdes med observasjonene. Dette styrket i noen grad troverdigheten til funnene (Cohen et al., 2017), men det gir ikke en fullstendig bekreftelse av hva som faktisk skjedde. Ved å diskutere videoobservasjonene med lærerne og spørre om de opplevde avvik i timene, fikk jeg en indirekte validering av funnene. Alle tre lærerne uttrykte at timene vi observerte var representative for deres undervisning, både i forhold til elevenes prestasjoner og deltagelsesnivå. Samtidig må det anerkjennes at disse vurderingene er subjektive, og at

lærernes tilbakemeldinger ikke nødvendigvis utgjør en objektiv bekreftelse av undervisningen.

3.5.2 Pålitelighet

Reliabilitet handler om konsistens og stabilitet til data som benyttes i forskningsprosjektet (Cohen et al., 2017). Likevel finnes det faktorer som kan styrke påliteligheten til kvalitative studier. For eksempel ble alle videoobservasjoner, både i 2023/2024 og våren 2025 gjennomført i samme kontekst. Lærerne på skolen benyttet vertikale tavler og samarbeidet aktivt om metode og fremgangsmåte, og elevgruppene ble delt inn på samme måte i alle klassene. Dette skapte et sammenlignbart utgangspunkt, selv om klassene er ulike og ulike fag ble observert. I tillegg var det flere grupper i hver undervisningstime, noe som ga et mer nyansert bilde av undervisningen. Kapittel 3 har presenterte alle stegene i forskningsprosessen for å gi en transparent fremstilling av hvordan data er blitt samlet inn og analysert. Det er viktig å påpeke at slik kvalitative studier i liten grad ville kunne la seg gjenskape av andre forskere (Yin, 2018). Likevel kan en detaljert beskrivelse av konteksten og forskningsprosessen bidra til å styrke studiens pålitelighet ved å gi leseren grunnlag for å forstå hvordan data er generert og dermed foreta en informert vurdering av studiens funn (Johannessen et al., 2017).

En sentral del av datainnsamlingen var videoobservasjonene, som ga mulighet til en mer detaljert analyse av interaksjonene i klasserommet. Samtidig er videoobservasjon en tidkrevende prosess, og det er derfor vanlig å analysere en liten mengde data veldig grundig, noe som kan føre til at funn fremstår «større» eller mer signifikante enn de egentlig er (Blikstad-Balas, 2017). Denne studien tok for seg fra fire til seks grupper fra fem undervisningsøkter, i tillegg til metodetrianguleringen med lærerintervjuer. Mengden videodata førte til en viss filtrering for å få et helhetlig bilde av gruppene og likheter og ulikheter mellom dem. I tillegg ble intervjuene brukt som utgangspunkt for hva som ble sett etter undervideoanalysen. Dette har redusert risikoen for å overtolke funnene, fordi de ble bekreftet flere steder både i intervju og i videodata. Likevel innebærer en slik filtrering en risiko for at enkelte aspekter eller funn går tapt. Dette har blitt forsøkt unngått ved å diskutere funn og analyse med både veileder og prosjektgruppe, der prosjektleder var til stede på intervjuene, og veileder og medstudenter deltok i klasseromsobservasjonene. På denne måten fikk vi diskutert funnene og sikret en overordnet lik opplevelse av intervju og observasjon.

3.5.3 Overførbarhet

Det finnes ulike utfordringer knyttet til formidlingen av kvalitativ forskning, og en av dem er å ikke trekke for generelle konklusjoner på bakgrunn av data som i stor grad er kontekstavhengig (Patton, 1999). Denne studien er gjennomført i tre klasser ved en videregående skole, hvor lærerne arbeider innenfor rammen av et tenkende klasserom. Utvalget er derfor både begrenset og kontekstavhengig, noe som innebærer at funnene ikke kan generaliseres i tradisjonell forstand til alle matematikklærere eller klasserom. I tillegg var elevgruppen relativt homogen, på en skole med høyt karaktersnitt. Både lærere og elever hadde også arbeidet med metoden og vertikale tavler over lengre tid. Liljedahl (2023) påpeker selv at tenkende klasserom er en metode som må læres og arbeides med over tid for at det skal bli en naturlig og effektiv læringsarena. Derfor er det viktig å merke seg at funnene i denne studien derfor trolig ville sett annerledes ut i en annen elevgruppe eller med en uerfaren lærer, noe som må tas i betraktning ved tolkning av resultatene. Selv om resultatene ikke nødvendigvis kan overføres til alle som benytter seg av tenkende klasserom har forskning ofte til hensikt å kunne trekke noen slutninger eller antagelser utover kun den gitte konteksten (Johannessen et al., 2017). Denne studien gir et praktisk innblikk i hvordan differensiering ser ut i disse lærernes praksis, og kan dermed bidra med informasjon om mulige utfordringer og fordeler for andre lærere som vurderer å implementere metoden. Funnene kan derfor gi nyttige perspektiver, selv om de må sees i sammenheng med den gitte konteksten.

3.5.4 Bekreftbarhet

Bekreftbarhet handler om i hvilken grad studien kan bekreftes av andre forskere og undersøkelser (Johannessen et al., 2017). Når data analyseres er det viktig å undersøke om ens tolkning er den mest plausible forklaringen (Cohen et al., 2017). En særlig utfordring er bekreftelsesbias (*confirmation bias*), som innebærer en tendens til å lete etter mønster eller sammenhenger som kun samsvarer med egne antakelser (Yin, 2018). For eksempel gikk jeg inn i prosjektet med en positiv tanke om både utforskende undervisningsformer og vertikale tavler. Derfor var jeg særlig nøye med å vurdere funnene kritisk og se etter data som utfordrer disse tankene. Også her har det vært til stor nytte å diskutere funn med veileder. Dette er viktig for å sørge for at resultater som både bekrefter og utfordrer egne hypoteser og forhåndstenkte tanker blir inkludert (Creswell, 2009).

I kvalitativ forskning er forskeren et sentralt verktøy i både datainnhenting og analyse. Forskere er ikke nøytrale, men bringer med seg sine erfaringer og kunnskap, noe som påvirker hvordan data tolkes (Cohen et al., 2017). Derfor kan forsker-bias være en trussel for bekreftbarheten til studien. For å motvirke dette er refleksivitet en viktig del av forskningsprosessen. Refleksivitet handler om å forstå linsen forskeren ser verden gjennom, altså hvordan egne erfaringer, verdier og posisjoner påvirker forskningen (Braun & Clarke, 2022). Som menneske, student, lærer og forsker har jeg alltid hatt et engasjement for sosial rettferdighet og et ønske om å støtte de svakeste elevene i skolen. Et bevisst fokus på likhet og likeverd preger mitt syn på utdanning og undervisning. Det har gjort meg mer bevisst på at undervisning bør tilpasses ulike elevgrupper, og spesielt hvordan dette kan være avgjørende for å støtte de svakeste elevene. Samtidig har jeg vært oppmerksom på hvordan mine verdier kan forme hvordan jeg tolker data, og har derfor arbeidet med å inkludere perspektiver som både støtter og utfordrer mine antakelser. Som nevnt tidligere gikk jeg inn i forskningsprosjektet med en positiv holdning til utforskende undervisning. Samtidig har mitt engasjement for tilpasning til ulike elevgrupper gitt meg refleksjoner rundt i hvilken grad slik undervisning lar seg differensiere for å møte elevenes varierte behov, noe som også var en avgjørende faktor i valg av tema til min mastergrad. Dette gjorde at jeg samlet sett opplevde å gå inn i prosjektet med en åpen og spørrende holdning. Min egen forskerposisjon og mine opprinnelige antakelser kan ha påvirket tolkningen av funnene, men veiledning fra veileder og prosjektgruppe har ført til en kontinuerlig refleksjonsprosess for å forsøke å fremstille et nyansert bilde av funnene.

I tillegg til å sikre en grundig analyse og forståelse av datagrunnlaget, er det også viktig å gi en transparent fremstilling av hele forskningsprosessen for at andre skal kunne vurdere metodiske valg og tolkninger (Creswell & Miller, 2000). For å ivareta denne transparensen har valg knyttet til datainnsamling og analyse blitt nøye forklart, supplert med sitater og detaljerte observasjonsbetrivelser. Som tidligere beskrevet har studien benyttet seg av kategoriene fra rammeverket til Prast et al. (2015), som er gjort redegjort for i kapittel 2. Videre har analyseprosessen blitt dokumentert fra start til slutt, med eksempler på alle kodene som er presentert i tabell 2, kapittel 3.4. Jeg har forsøkt å følge en systematisk tilnærming for å sikre en oversiktlig fremstilling av hvordan data er behandlet, noe som styrker forskningsprosjektets transparens.

I tillegg kan takknemlighet ovenfor informanter gjøre det utfordrende å opprettholde et kritisk, analytisk blikk. Skolen hadde allerede arbeidet med tenkende klasserom over lang tid

og lærerne hadde stor tro på metoden. Dette kan føre til en tendens til å tolke data på en måte som enten harmoniserer med egne verdier, eller som ikke utfordrer informantenes perspektiver. For å håndtere dette har jeg skrevet refleksjonsnotater underveis i hele forskningsprosessen. Disse og alle valg har som nevnt tidligere, blitt diskutert både med veileder og prosjektgruppe. Veiledere min og jeg har både diskutert og sett over koder og kategorier, og blitt enige om det endelige resultatene. Slike tilbakemeldinger og kritiske blikk fra både erfarne forskere på forskningsfeltet og medstudenter kan være med på å redusere forskning-bias (Brinkmann & Kvale, 2015). Det har blitt diskutert fremgangsmåter og konklusjoner for å unngå forsknings-bias og å være bevisstgjort for hvordan min egen bakgrunn potensielt kunne påvirket innsamlingen og analyseringen av data.

Samtidig opplevde jeg at både lærerne var tydelige på at de ønsket et utenforblikk og var åpne for kritiske innspill. Allerede i rekrutteringsprosessen uttrykte lærerne at differensiering var en utfordrende del av undervisning, og at de derfor ønsket at vi skulle gjennomføre forskningen på akkurat deres skole. Derfor opplevde jeg at lærerne ga et ganske ærlig og representativt bilde av hvordan differensiering ved bruk av vertikale tavler fungerte i praksis, gitt konteksten de underviste i og skolen de arbeidet på.

3.6 Forskningsetiske vurderinger

Forskningsetikk handler om verdier, normer og retningslinjer som styrer vitenskapelig arbeid (NESH, 2022). Ettersom denne studien involverte behandling av personopplysninger, var det nødvendig å registrere studien til Kunnskapssektorens tjenesteleverandør (Sikt). Studien inngikk som en del av det eksisterende forskningsprosjektet *Problemløsning og utforskning med vertikale tavler* ved Universitet i Oslo, som allerede hadde godkjenning fra Sikt, (Se vedlegg 3). I samsvar med etiske retningslinjer ble prosjektet gjennomført i tråd med retningslinjene til både Sikt og Universitet i Oslo.

Forskning som inneholder informanter må innhente et fritt og informert samtykke (Bryman, 2016). Når skolen ble valgt ut var det ledelsen på skolen som samtykket til å delta i prosjektet. Lærerne fikk informasjon muntlig levert, informasjonsskriv og samtykkebrev (se vedlegg 2), men meldte seg selv som deltagere. Stonebanks et al. (2019) diskuterer hvordan skoleledere indirekte eller direkte, kan påvirke læreres beslutning om å delta i forskning. Potensielt kan lærere oppleve et press for å delta hvis ledelsens ønske om at skolen skal representeres er stort. Elevene ble informert ved at prosjektleder og en medstudent gjennomførte en

informasjonsrunde der det også her ble muntlig gitt informasjon og delt ut informasjonsskriv og samtykkebrev til alle elevene som gikk i klassene vi skulle filme i, (se vedlegg 1). For å sikre frivillig deltagelse fikk både lærere og elever god tid til å svare på deltagelse, og prinsippet om at deltagerne til enhver tid kunne trekke seg uten negative konsekvenser (NESH, 2022), ble fulgt og presisert. I tillegg ble det notert tidspunkt der lærerne snakket med grupper som ikke hadde samtykket, eller ikke-samtykkende elever bevegde seg inn i kameravinkler for å enkelt kunne slette denne før lagring av data. Skolen, lærere og elevene ble anonymisert og all innsamlet data ble lagret og behandlet i TSD i tråd med lagringsguiden til Universitet i Oslo (Universitet i Oslo, 2019).

Det er etter retningslinjene til NESH (2022) forskerens ansvar å sikre at forskningsdeltakerne ikke opplever unødvendig belastning som følge av studien. Derfor forsøkte vi i størst mulig grad å ikke forstyrre undervisningen til elevene i den grad det var mulig. For eksempel monterte vi, studentene og prosjektleder som deltok på observasjonen, kameraer før timen startet, og bevegde oss og utstyr stille ut når observasjonen var ferdig. I tillegg var det viktig for oss å gi noe tilbake til både lærere og elever. Når prosjektet fullføres, er det avtalt møte med lærerne for å fortelle om resultatene fra studien. Lærerne uttrykte som nevnt i kapittel 3.5, et tydelig ønske om å høre om våre funn for å lære mer om differensiering i et tenkende klasserom både under informasjonsrunden og under intervju. Tilbakeføringen av resultatene vil på denne måten kunne ha en nytteverdi for lærerne i form av økt innsikt når det kommer til differensiering, som igjen kan være en nytteverdi for elevene.

4 Resultater

Dette kapittelet presenterer funnene fra studien, strukturert etter fem hovedkategorier: identifikasjon, gruppedynamikk, differensierte praksiser, differensiert tilbakemelding og evaluering av progresjon og prosess (jf. figur 4, kapittel 3.4). Hver kategori er presentert i et eget delkapittel, som igjen er delt opp i de ulike kodene beskrevet i tabell 2.

Som et innledende spørsmål til studiens tematikk ble lærerne spurt om å reflektere rundt hva de selv la i differensiering. De beskrev differensiering som en kontinuerlig prosess og utfordring, der målet var å tilpasse undervisningen til alle elevenes varierende behov og faglige nivå. Differensiering innebærer, ifølge lærerne, å gi hver elev tilgang til faglig innhold på et nivå som passer dem, samtidig som de får både utfordringer og muligheter for mestring.

«Det jeg legger i differensiering er å prøve å tilpasse til hver elev og det nivået de er på. Det er noe av det vanskeligste jeg syns jobben min går ut på» (Anders).

Altså ga lærerne uttrykk for at metoden var noe de selv ønsket å fortsette med. Videre understrekte de at metoden tidvis kunne føles utfordrende, men at de hadde tro på den: *«[...], man har så lite kontroll, men jeg fortsetter jo fordi jeg har troa.» (Anders).* Disse refleksjonene gir et innblikk i lærernes forståelse av differensiering, og utfordringer knyttet til å balansere elevenes behov.

Noen aspekter ved undervisning og læring er ikke umiddelbart synlige, og kan være vanskelig, eller tilnærmet umulig, å observere i et klasserom (Klette & Blikstad-Balas, 2018). For eksempel er undervisningsprogresjon og elevenes utvikling ikke alltid dokumenterbare gjennom observasjon av én enkelt undervisningsøkt. I tillegg var det situasjoner som planlegging av timen og lærersamarbeid som ikke ble observert i denne studien, men som kom frem i intervjuene med lærerne. På bakgrunn av dette er observasjonsdata utelatt i de kodene hvor det ikke var mulighet for observasjon.

4.1 Identifikasjon

4.1.1 Noticing

Alle tre lærerne gav tydelig uttrykk for at det var enkelt å identifisere elevens faglige nivå og forståelse når gruppene jobbet på vertikale tavler. De fremhevet at identifikasjonen ga bedre oversikt sammenlignet med mer tradisjonelle undervisningsformer, ettersom både kroppsspråk og deltagelse var lett synlig hos de fleste elevene. For eksempel forklarte Celina at dette gjorde at man raskt fikk oversikt på gruppenivå over hvilke grupper som ikke hadde kontroll på tema, noe som er i tråd med Wells (2017), som belyste fysiske bevegelser og kroppsspråk som indikatorer på elevers forståelse. Dette ble også understreket av Anders som sa at *«man ser ganske fort hvor det butter litt og hvor det flyter godt»*. Videre vektla både Britt og Anders, i likhet med Liljedahls (2016, 2023) forskning, at det var enklere å identifisere elevenes faglige nivå enn ved bruk av tradisjonell undervisning, der elevene både kunne *«gjemme seg i boka»*, eller unngå å delta muntlig i plenum. I kontrast til dette uttrykte lærerne samtidig noen utfordringer med identifikasjon av enkelte av elevene på et individnivå. For eksempel pekte Britt på hvordan noen elever kunne fremstå kompetente i samtaler og hvordan gruppen kunne mestre oppgaver, men enkeltindividers skriftlige arbeid i ettertid kunne avsløre manglende forståelse. På denne måten kunne elevenes kompetanse bli kamuflert, og enkelte elevers faglige nivå kunne være vanskeligere å identifisere:

«Men da kan jeg tenke at, oi, du er god, eller jeg kan få inntrykk av det, og så ser jeg på det skriftlige de skal gjøre, og så har de egentlig ikke skjønt så mye» (Britt).

I tråd med dette fortalte lærerne at både elevenes ulike personligheter og faglige nivå påvirket lærernes mulighet til å identifisere deres faglige nivå i gruppearbeidet. Noen elever hadde lett for å ta styringen og lede arbeidet på den vertikale tavlen. Anders mente at dette ofte var elever som var faglig trygge i faget. Likevel opplevde Celina at *«noen rett og slett er litt sjenerte, selv om jeg vet de har kjempekontroll på faget»*. Lærerne fortalte om hvordan disse ulikhetene gjorde at det var vanskeligere å identifisere enkelte av elevenes faglige nivå på tavlene enn andre.

For å få en individuell oversikt over elevenes faglige nivå, uttrykte lærerne, i samsvar med tidligere forskning på identifikasjon (Prast et al., 2015), at de derfor også anvendte flere metoder for identifisering av elevenes nivå, slik som oppgavejobbingen og skriftlige

vurderinger i ettertid. Lærerne så i tillegg på hvilke av de nivådelte oppgavene elevene valgte da de skulle jobbe individuelt i andre økt, der de kunne velge mellom tre nivåer. I tillegg la de merke til hvilke spørsmål elevene stilte underveis i arbeidet, for å identifisere deres individuelle nivå. Celina fortalte også om hvordan erfaringen hennes med metoden hjalp henne med identifikasjon:

«Jeg fikk ikke så mye ro i starten til å se rundt på tavlene. Det var nok litt at jeg fikk følelsen av om de kom seg gjennom oppgavene, om de sto og pratet om noe annet, eller om de ropte på meg og stanget hodet i veggen. Da fikk man kjapt en fornemmelse av hva klassen fikk til der og da. Etter litt mer tid og med litt mer erfaring, får man mer tid til å se på tavlene og se hvor vidt det faktisk er noe de har skjønt.» (Celina)

Med økt erfaring opplevde hun at hun fikk mer overskudd og tid til å faktisk observere gruppene og videre identifisere elevenes differensieringsbehov.

Observasjonene viste også at elevenes roller i gruppearbeidet var dynamiske og ulike, noe som samsvarer med Costley (2021) sine funn om at elever roller endrer varierer i samarbeidssituasjoner. Dette kan være en utfordring når man skal kartlegge elevers kunnskap. Mens noen elever tok styringen umiddelbart, leste opp oppgaven og satt i gang arbeidet, var andre mer avventende eller observerende. Lærerne kom ofte bort til gruppene for enten å bare observere uten å si noe eller spørre spørsmål som *«hva har dere tenkt?»*, noe som indikerer praksiser som er i tråd med Van Es & Sherin (2021) sin forskning som viser at lærere får bedre innsikt i elevenes tenking ved å aktivt skape interaksjoner med elevene. I disse tilfellene fikk elevene vist mye av sin tankegang og kunnskap til læreren. Likevel ble det tydelig at noen elever også her hadde fortere for å ta ordet, og derfor kunne vise mer kompetanse enn andre.

4.2 Gruppedynamikk

4.2.1 Motivasjon og mestring

I intervjuene uttrykte lærere at den omfattende bruken av gruppearbeid bidro til både økt motivasjon og mestring hos elevene, og at det i stor grad la til rette for deltagelse og læring for de fleste elevene. Dette samsvarer med forskning som viser at samarbeid er en viktig faktor for matematisk forståelse (Barwell, 2005), og kan samtidig bidra til økt mestringsforventning og motivasjon (Bandura, 1978). Britt eksemplifiserte dette ved at 97%

av elevene hennes hadde svart at det var trygt å gjøre feil i klassen på en spørreundersøkelse som skolen gjennomførte. De opplevde altså at elevene i stor grad forsøkte å stille spørsmål og forklare resonnementer til hverandre. Spesielt trakk de frem at elever med et høyt læringspotensial kunne oppleve mestring av å forklare kunnskapen sin til andre:

«[...] så ser jeg jo også en del av de som er litt sterkere. De synes det er en stas å kunne vise frem sånn.» (Britt).

I kontrast til dette fortalte lærerne også om hvordan mangel på motivasjon kunne hindre elevene å få vist sin kunnskap. Anders mente at dette ofte kunne skyldes følelsen av at noen tenkte at alle andre kunne så mye mer enn en selv. Celina beskrev lignende utfordringer, der det var noen enkeltelever eller grupper som kun ønske å komme frem til rett svar så fort som mulig, fremfor å stå i usikkerheten og lære ved å bruke tid i gruppeprosessen.

Video observasjonene viste perioder med god fremdrift, avbrutt av noen perioder der noen elever falt av og viste manglende engasjement. Enkelte grupper hadde en eller flere elever som etter en tid nærmest meldte seg helt ut av gruppen ved å sette seg stille i bakgrunnen eller å snakke sammen om andre ting. En elev uttrykte at *«dette var demotiverende»*, da de hadde jobbet lenge med en oppgave de slet med og ikke fant ut av. I enkelte tilfeller hendte det at grupper stoppet helt opp, eller snakket om andre i ting i kortere eller lengre perioder. Det var likevel mange støttende kommentarer som *«bra jobba, gutter!»* og *«der vettu, helt kanon!»*, og elevene så ut til å i perioder fungere som motivatorer for hverandre. Noen av gruppene avsluttet for eksempel oppgavene med «high fives» og ga hverandre ros og oppmuntring underveis. Selv elever som tidvis meldte seg ut av aktiviteten kunne gjenopprette engasjementet sitt gjennom støttende handlinger, ved å gi en kommentar, et spørsmål eller et tilbud om å være den som skrev på tavlen. Observasjonene viste også at noen elever var bevisst på å få en felles forståelse for alle i gruppen. På den ene gruppen hadde to elever god oversikt over løsningen på en oppgave, mens en tredje elev sto litt nølende ved siden av. Da den ene eleven ville gå videre, sørget en annen for å bruke tid på å forklare det til alle ved å si, henvendt til den som ville gå raskt videre: *«Jeg vet at du skjønner, men vi må få med alle på samme bølgelengde»*. Dette viste altså en situasjon der elevene hjalp hverandre med å forstå, oppleve mestring, og tok ansvar for å få med seg alle før en gikk videre.

4.2.2 Læring av hverandre

Funnene viste samlet sett at lærerne opplevde samarbeid og samhandling i gruppene som læringsfremmende igjennom at elevene utnyttet hverandres styrker og ressurser.

«Jeg tror først og fremst at det er en positivt ting at de jobber så mye i grupper. De har nytte av hverandre og det er veldig bra, [...]. Det er ofte når man hjelper en elev at de begynner å stille deg et spørsmål også har de egentlig svaret selv. På gruppene kan de gjøre det med andre elever. (Celina)

De uttrykte altså det som positivt at elevene jobbet mye i grupper, da denne arbeidsformen la til rette for at gruppene ofte selv greide å finne ut av egne problemer ved å støtte hverandres tankerekker, stille spørsmål og å forklare egne tanker. Dette samsvarer med Webb (2008), som viste at elever kan lære av å forklare konsepter og å stille spørsmål i gruppesamarbeid.

Lærerne understrekte videre fordeler ved at elevene hadde noen å strekke seg etter eller kunne utvikle forståelse ved å forklare for andre. *«Noen av dem er kjempegode til å forklare til andre, og det lærer de mye av»* (Britt). De fortalte at elevene både lærte mer av å forklare fagstoffet til medelevene sine, men også av å få ting forklart av andre og å øve seg på å sette ord på hva de ikke forsto.

Videoobservasjonene viste dialog og spørsmål mellom elevene, noe som tidligere forskning har vist at kan være gunstig for læring (Webb, 2008). For eksempel skulle en gruppe på to elever regne ut en oppgave, der det så ut til at den ene eleven ikke forsto helt hva den andre gjorde. Eleven som ikke forsto uttrykte *«Åja, fordi? Ehm»* underveis i utregningen til den andre. Da stoppet eleven som gjorde utregningen opp med en gang og gikk gjennom utregningen sin skritt for skritt. Dette førte til at begge la merke til at de hadde gjort noe feil *«okei, her ja, det gir ikke mening, da må vi tenke litt mer»*. Det kom også frem at det foregikk kommunikasjon på tvers av grupper. Gruppene observerte eller stilte spørsmål til andre grupper for å finne løsninger, samtidig som de delte egne strategier. *«Var det egentlig det vi skulle finne ut av?»* uttrykte en elev på en gruppe til medeleven sin som skrev på tavlen. Medeleven svarte *«jeg vet ikke hva annet vi skal gjøre i så fall, vi kan eventuelt gå å se hva de gjør»*. Det var flere tilfeller der en elev forklarte et konsept til gruppen, og senere ble samme konsept gjengitt i plenum eller til læreren av en annen i gruppen. For eksempel forklarte en elev en oppgave til medelevene sine innad i gruppen. Da gruppen nærmet seg ferdig, kom læreren bort og spurte hva de hadde tenkt. Da svarte en av de to elevene som har fått

oppgaven forklart at *«jeg kan prøve å forklare deg hva vi har gjort, så jeg ser om jeg har forstått det»*. Observasjonen viste også hvordan elever kunne bygge videre på små utsagn eller spørsmål fra medelever, noe som er i tråd med forskning som fremhever at elever også kan være en del av støttestrukturen i utviklingssonen til medelever (Bakker et al., 2015; Vygotsky, 1978). For eksempel jobbet en gruppe med en oppgave de hadde vansker med å løse. Da en elev ville spørre om hjelp, stoppet en annen han med kommentaren *«vi må la han koke»* og viste til den siste eleven på gruppen. Ved at denne eleven fikk tenkt og forklart hva han tenkte på, bidro de alle tre til at de til slutt fikk løst oppgaven.

4.2.3 Rollebevist veiledning

Lærerne la stor vekt på å hjelpe elevene med å forstå og utvikle sine roller i gruppene. De hadde alle en bevist tilnærming til hvordan de veiledet elevene. For eksempel uttrykte Anders at hans viktigste veiledning i timen var å stille spørsmål, som igjen ga rom for at elevene selv måtte tørre å prøve og ta plass. Dette samsvarer med Goos (2004) som viser at slik veiledning der læreren tilbakeholder svar, fremprovoserer at elevene prøver mer selv. Likevel var han usikker på i hvilken grad hans måte å gi hint og veilede påvirket elevene, om det bidro til at de i større grad lærte å stille hverandre spørsmål fremfor å gi eksplisitte svar. Britt var videre tydelig på at hun ønsket å veilede elevene til å tørre å ta og mestre ulike roller på de ulike gruppene. Noen elever måtte *«øve på å være en god pedagog»*, mens *«andre skal klare å stille de rette spørsmålene»*. Hun understrekte viktigheten av å veilede elevene i hvordan de kunne bidra til gruppen på ulike vis, og å minne elevene på at deres rolle kunne være en annen på en ulik gruppe. Celina uttrykte det samme og fortalte om at hun avtalte med enkeltelever hvordan de enten må jobbe med mer fokus på samarbeid eller å ta mer initiativ. Hun understrekte også at klassene og elevgrupper hun hadde var ulike og responderte ulikt på metoden. *«Jeg har en veldig skravlete gjeng og en veldig stille gjeng. Så der må man ... møte klassene på litt forskjellige måter»*. (Celina)

Observasjonene viste flere tilfeller der lærerne veiledet elevene ved å stille spørsmål som oppfordret dem til selv å formulere sine tanker, snarere enn å gi dem direkte svar. I tillegg brukte lærerne ofte spørsmål som *«Kan du forklare hva dere gjorde der?»* rettet mot en annen elev enn den som først tok ordet, noe som bidro til bredere deltakelse i samtalen. Videre observerte man at elevene veiledet hverandre på lignende måter som lærerne, både gjennom spørsmål og ved å forklare ulike sammenhenger uten å gi svaret eksplisitt. For eksempel lurte en elev på hvilken vei et ulikhetstegn skulle vendes, hvorpå en medelev sa: *«Tenk på hvilken*

vei krokodillemunnen peker». Dette førte til at eleven selv fant svaret etter en kort refleksjon, som tilsvarer det Webb (2008) diskuterer i forhold til at elever har nytte av å forklare konsepter og støtte medelever i læringsprosessen. Flere tilfeller viste at elevene brukte åpne spørsmål og hint for å veilede hverandre, på samme måte som læreren tidligere hadde gjort. I tillegg stoppet enkelte elever enten midt i eller etter sitt eget resonnement for å sikre at de andre i gruppen forsto. Kommentarer som *«Hvor falt du av?»* og *«Kan det være at dette er det som er vanskelig å forstå?»* viste hvordan elevene bevisst forsøkte å være pedagogiske overfor hverandre slik lærerne ønsket av dem, og bidro til en felles forståelse gjennom samarbeid og dialog.

4.2.4 Når spriket blir stort

Lærerne uttrykte at de vanskeligste tilfellene å differensiere for faglig utbytte og deltagelse for alle elever er når forskjellene i elevenes faglige nivå på en gruppe blir for store, som er på linje med forskning som viser at elevsammensetningen på grupper har stor betydning for læringsutbyttet til elevene (Quabeck et al., 2024). *«En sekserelev og en toer-elev på samme gruppe, det blir vanskelig»* (Britt). Lærerne pekte spesielt på hvordan dette var en utfordring knyttet til elever med lavt læringspotensial. De uttrykte at det er disse elevene det var vanskeligst å sikre faglig utbytte til, og at det hendte at enkelte elever meldte seg ut av gruppedynamikken. *«Jeg tror ofte det kommer av at man ikke har noen faglige knagger å henge det på [...]»* (Anders). Celina fortalte om elever som følte seg usikre på grupper der sprikene blir for store.

«[...] hvis de jobber på gruppe med noen som er veldig faglig sterke, hvis de selv ikke er det, at de syns det kan være litt skummelt å prøve å feile, at det blir tryggere hvis man er litt likere, kanskje.» (Celina).

Lærerne fortalte at et virkemiddel var å sende enkeltelever oppgaven dagen før. På denne måten fikk de sett oppgaven og forberedt seg litt slik at de enklere kunne delta i gruppearbeidet. I tillegg delte lærerne gruppene inn ved bruk av kort slik at elevene ikke så hvem de kom på gruppe med før de kom bort til gruppen, for å unngå blikk eller annen sosial nedlatende oppførsel mellom elevene. Anders beskrev også hvordan elever med høye ambisjoner kunne skape et utfordrende læringsmiljø for svakere elever da progresjonen gikk raskt, og at det som lærer kunne være vanskelig å balansere undervisningen slik at den passet for alle parter.

4.3 Differensierte mål

4.3.1 Progresjon

Lærerne beskrev hvordan læreplanens struktur påvirket progresjonen i undervisningen og satt rammer for hvor fleksibel tilnærmingen og tidsbruken kunne være, i likhet med Prast et al. (2015) sin beskrivelse av at mål må balanseres med progresjon. Anders påpekte at mens det å bruke tid på problemløsning ofte trekkes frem som et sentralt aspekt av tenkende klasserom, er matematikken på videregående skole i stor grad styrt av bestemte regler, formler og standardmetoder. Han så på dette som en utfordring som begrenset muligheten til å gå alternative veier i undervisningen, spesielt i introduksjonsfasen til nye konsepter. I tillegg understrekte han hvordan eksamen til en viss grad la føringer for hva de valgte å legge fokus på i timene.

«Vi lar oss styre litt av eksamen [...], inntrykket i kollegiet er at det viktigste er at de klarer på en måte å løse problemene, ikke at nødvendigvis har all forståelse for hvor er det disse reglene kommer fra» (Anders).

Britt understrekte også hvordan denne progresjonen påvirket hvor lavt lærerne hadde mulighet til å legge nivået, og hvor mye tid de kunne bruke på ulike deler av pensum. Dette er i tråd med Prast et al. (2015) som uttrykker at differensiering ikke bare handler om vanskelighetsgrad, men også hvor mye tid elevene har til å arbeide med fagstoffet.

«Si at den oppgaven starter veldig lavt, og de er med, men så er stegene litt store fordi vi må faktisk komme dit [fullføre et visst pensum], for det sier læreplanen. Da blir det vanskelig [for dem som strever mest].» (Britt).

Undervisningen må tilpasses læreplanens krav, men lærerne reflekterte også over hvordan de satt opp egne mål for undervisningen som i stor grad var betinget av elevenes varierende behov. Lærerne pekte på hvordan differensiering omhandlet mer enn bare vanskelighetsgrad – det handlet også om tid og tempo i undervisningen. Anders understrekte at progresjonen ble nødt å skje på elevenes premisser, men at

«forhåpentligvis kommer alle til en viss grense [lærerens «minstemål» for økten] i løpet av tiden. Så er det noen som kommer langt forbi, også er det kanskje noen som kommer rett under». (Anders)

Han pekte også på utfordringen med å planlegge en time som sikret den progresjonen han selv ønsket samtidig som læringen skulle være elevstyrt. I tillegg beskrev han hvordan tempo på tavlene ikke alltid følger alle elevene, og at det kan være vanskelig å hente seg inn hvis man har zoomet ut en periode eller trengte mer tid på å forstå oppgaven. Celina uttrykte hvordan hun hadde et minstemål for klassen i undervisningen:

«Hvis jeg tenker at alle i hvert fall skal fra A til C, også finnes det en D, E og F [mer avanserte oppgaver] [...]. Det er ikke målet for økten at alle skal til F, men alle må til C. Så kanskje man da har delt A til C i mindre byggeklosser.» (Celina).

Britt la vekt på at alle undervisningsøktene må ha et mål, og at planleggingen av økten må *«jobbe seg baklengs»* fra dette målet, noe som samsvarer med Sleep (2012) som viser til at både planleggingsfase og undervisningen bør styres av læringsmål, selv om disse kan være dynamiske avhengige av elevenes progresjon.

4.4 Differensierte praksiser

4.4.1 Adaptive oppgaver

Alle lærerne trakk frem oppgaver som et av de viktigste elementene for differensiering i et tenkende klasserom, noe som kan knyttes til at oppgavene ansees å være en av de viktigste komponentene i matematikkundervisning (Prast et al., 2015; Sullivan et al., 2009). Lærerne understrekte at det i stor grad skjedde en naturlig differensiering ved at noen elever kunne bruke lang tid på noe, mens noen kunne gå fort videre. Celina beskrev oppleggene som *«selvdifferensierende»*, elever som mestret innholdet raskt kunne bevege seg videre til nye utfordringer, mens andre kunne arbeide og bruke lenger tid på de grunnleggende nivåene. Dette kan knyttes til forskning på adaptive oppgaver som beskrives som oppgaver der ulike elever kan arbeide med oppgaven på deres ferdighetsnivå (Bardy et al., 2021, 2024). I tråd med dette uttrykker Britt seg videre om hvordan alle oppgavene skulle *«starte med så lavt gulv at alle kommer inn og at de så skal bygge seg oppover»*. Anders la også vekt på dette og trakk frem betydningen av gradvis progresjon, der oppgavene måtte bygges opp fra kunnskap elevene allerede hadde for så å gi rom for å videreutvikle forståelsen. *«[...] det handler om å ha åpne oppgaver med lav inngang og høy takhøyde der man kan se noen sammenhenger i et mønster»*. Samtidig uttrykte lærerne noen utfordringer knyttet til å lage oppgaver:

«det er viktig at du starter så lavt [nivå] som du nesten overhodet mulig kan, og så bygger deg opp. Men det kan også være litt kjedelig noen ganger, hvis gruppa er sterkere» (Anders).

Lærerne fortalte videre at dette kunne gjøres på alle tema, men at noe av matematikken la mindre til rette for utforsking enn andre deler.

«Spesielt i 1T er man opptatt av at elevene skal skjønne hele gangen fra start til mål. [...] Det er vanskelig for elevene, men det er kult å se hvor det kommer fra. Det har vi hoppet litt over i R1 i år. For derivasjon for eksempel er det en del regler vi bare har gitt, disse må dere kunne bruke». (Anders)

Noen av de matematiske temaene la altså begrensninger for hvor åpne og utforskende oppgavene kunne utformes. Anders understrekte likevel fordelene med at de vertikale tavlene la til rette for at *«elevene får gjøre progresjonen på sine premisser, eller på gruppas premisser i hvert fall, kontra at jeg står og lefser en gjennomgang»*. Lærerne uttrykte at kvaliteten på oppgaven, startpunktet og stegene i vanskelighetsgrad, i stor grad var avgjørende for kvaliteten på hele undervisningsøkten.

I observasjonen var det oppgaver som flere av gruppene løste på ulikt vis i samme klasse, de startet på ulike måter og brukte ulik tid på å gjennomføre. Oppgavene bygget gjerne på hverandre i løpet av undervisningsøkten. Det ble tydelig at elevene skjønte det da det kom kommentarer som *«ja, her kan vi bruke det vi gjorde i stad»*. Observasjonene viste også at oppgavene la til rette for at ulike grupper angrep oppgavene på ulike måter. For eksempel var en av klassene i startfasen av å lære om vektorregning. De fikk oppgitt vektorer og skulle avgjøre hvilken addering og subtrahering som til slutt ga den lengste vektoren. Her var det grupper som brukte tid på tegne vektorene, men kunne da videre vurdere lengden på vektorene grafisk. En annen gruppe bestemte seg for å anvende Pytagoras' teorem for å beregne lengden da de fikk oppgaven, noe som er standardmetoden for å avgjøre avstanden mellom start- og sluttpunktet på en vektor. *«Her må vi bare vurdere hva som blir høyest tall, siden alt blir positivt når vi regner ut lengden.»*. De skjønte at de måtte vurdere både x- og y-komponentene separat for deretter å finne den høyeste absoluttverdien, og slik avgjøre hvilken vektor som var lengst.

4.4.2 Differensiert tilbakemelding

Lærerne formidlet at de tilpasset tilbakemeldingene basert på elevenes eller gruppens behov og progresjon i læringsprosessen. Anders fokuserte på hvordan man kunne utforme tilbakemeldinger slik at elevene forsto sine egne feil, uten at han fortalte direkte hva som var feil, noe som også fremheves av Liljedahl (2023) som en god metode for å få elevene til å finne løsninger selv. *«Hovedveiledningen min er å stille spørsmål, ikke komme med konklusjoner med mindre jeg ser at de har veldig behov for det.»* (Anders). Britt fremhevd hvordan hun tilpasset tilbakemeldinger etter hvor gruppen befant seg i læringsprosessen. Dette fremheves også som viktig av Prast et al. (2015), men her understrekes det spesifikt at tilbakemeldinger burde være individuelt tilpasset. Hun ga gradvis mer konkrete hint hvis de trengte det, men unngikk i det lengste å gi svaret direkte. Hun fortalte for eksempel om ulike tilbakemeldinger hvis elevene skulle finne arealet av en skeiv trekant:

«Nei, vi trenger høyden. Er det noe måte å finne høyden på her?» Og så kan de prøve, hvis jeg ser at de er litt på gli. Eller hvis de ikke har sjanse videre der, så går det an å si, ok, trenger høyden å være inne i trekanten? Det kan være neste. Hvis de fortsatt ikke skjønner det, så kan vi tegne høyden, tegne opp den streken på tavla, og si; hvorfor trekker jeg den linjen ned her?» (Britt)

Celina fortalte videre at hun også kunne be elevene bruke hverandre. *«Se deg rundt i klasserommet. Jeg tror hintet finnes på en av tavlene»*. Hun understrekte også at noen av elevene trengte mer individuell oppfølging etter de vertikale tavleøktene.

Under observasjonene så en at lærerne observerte gruppene, svarte på spørsmål og ga hint. Lærerne ga sjeldent eller aldri bekreftelse på rett eller galt, og fulgte gjerne opp med *«hva har dere tenkt her da?»* eller *«fortell meg det dere har funnet ut til nå»*, da elevene uttrykte at de ikke forsto eller sto fast. I en av timene konkluderte en gruppe med at x måtte være negativ for at ulikheten skulle gå opp, og dermed stoppet arbeidet opp. Da kom Britt kort innom gruppen og spurte *«hva hvis $x=0$?»*. Dette satte i gang en diskusjon og nye utregninger blant elevene. Tilbakemeldingene var tilpasset gruppens progresjon, og hvor lang tid de hadde brukt på oppgaven. Tidligere i økten kom hun med kommentarer slik som *«tenk på om det finnes noe strategi»*, til grupper som prøvde og feilet. Etter hvert ble tilbakemeldingene mer forklarende. I tillegg hendte det at lærerne stoppet opp hele klassen for en felles gjennomgang dersom flere grupper strevde med samme utfordring. Lærerne ga også ut nye oppgaver til

gruppene somvar ferdige, uten eksplisitt å bekrefte om svaret var riktig. Likevel fungerte dette som et signal til elevene, som selv uttrykte *«da må vi ha gjort det riktig»*.

4.5 Evaluering av progresjon og prosess

4.5.1 Konsolidering og tilpasninger av metoden

Lærerne uttrykte at en viktig del for at tavleoppgavene og undervisningen skulle gi læring for elevene var konsolideringen, noe som ga dem mulighet til å undersøke om elevene faktisk hadde lært noe. Prast et al. (2015) viser til at en slik evaluering av elevenes læring er nødvendig for å videre kunne identifisere nye behov og fortsette lærings- og differensieringsprosessen. Britt beskrev:

«de jobber med det, også svever det fortsatt rundt her, også forsvinner det ut i stedet for at det fester seg. Hvis de ikke jobber med oppgaver, ikke har notater eller ikke følger med i konsolideringen.» (Britt).

Anders påpekte videre utfordringen ved å forklare alt i slutten av en undervisningsøkt, da dette kunne ført til at elevene ble passive, ventende på fasiten, fremfor å arbeide aktivt med forståelsen. På samme tid uttrykte han at *«jeg får samtidig dårlig samvittighet hvis ikke jeg kan forklare til elevene hvordan disse tingene henger sammen, så jeg har lyst å gå gjennom»*. Han uttrykte videre, på lik linje som de Jong et al.(2023, 2024) og Alfieri et al. (2010), at man trolig måtte balansere metoden enten med tradisjonell undervisning eller noen direkte forklaringer: *«Sannheten er kanskje en mellomting mellom de to»*. Celina beskrev oppsummeringen av økten som det vanskeligste, men samtidig viktigste delen av undervisningsopplegget. Hun uttrykte at *«Jeg merker at elevene trenger det. Det holder ikke bare å være på tavlene [...]»*. Hun beskrev hvordan lange tavleøkter kunne forkorte konsolideringsfasen og at det kunne redusere hva elevene totalt sett satt igjen med etter endt økt:

«[...] konsolideringsbiten kan bli kort, og det er dumt. Litt ustrukturert kan den også bli. Også kan oppgavebiten [andre økt] bli litt kort, som gjør at vi når vi skal begynne på et nytt vanskelig problem i neste time, så har ikke eleven fått summet seg helt på det vi jobbet med sist.» (Celina)

Lærerne fortalte at de tilpasset undervisningspraksisen utfra klassens og elevenes behov. Britt fortalte for eksempel at hun kunne «ta en time out» hvis hun merket at flere grupper slet med samme problem: «*da er det greit å ta noe i plenum, og da må man kanskje vise noe da*».

Lærerne understrekte videre betydningen av å balansere arbeid på de vertikale tavlene med refleksjon og individuelt arbeid. For å sikre dette brukte de nivådelte oppgaver som var delt i «mild, medium eller spicy» nivå, i andre delen av økten. De uttrykte at dette var en del av konsolideringsarbeidet de gjennomførte for å øke muligheten for langsiktig læring. Elevene valgte selv hvilke oppgaver de skulle jobbe med, men ble anbefalt å jobbe på minst to nivå i hver økt.

Men det gjør at de milde [oppgavene], de er veldig milde. Det er jo de aller enkleste, sånn at selv om de bare har fått med seg en liten del av det opplegget først, så har de sjans til å klare noen av de milde oppgavene og oppleve mestring likevel, og få noe læringsutbytte. (Britt)

Lærerne understrekte altså betydningen av å balansere arbeid på de vertikale tavlene med refleksjon og individuelt arbeid, spesielt for de svakeste elevene.

5 Diskusjon

Hensikten med denne studien er å belyse muligheter og utfordringer knyttet til differensiering i et tenkende klasserom. For å sikre en helhetlig og strukturert diskusjon har dette kapittelet blitt delt inn i de samme kategoriene som resultatene: *identifikasjon*, *gruppedynamikk*, *differensierte mål*, *differensierte praksiser* og *evaluering av progresjon og prosess*. Dette ble gjort for å sikre at diskusjonen dekker de mest sentrale aspektene av differensiering i et tenkende klasserom. I tillegg skaper kategoriene en logisk progresjon, i tråd med Prast et al. (2015), som anbefaler å forstå differensiering som en sirkulær prosess (jf. figur 1 kapittel 2.5). Til slutt presenteres en oppsummering som sammenfatter diskusjonen og tydeliggjør svar på problemstillingen.

5.1 Identifikasjon

Identifisering, slik det er beskrevet av Prast et al. (2015), handler om å kartlegge elevenes nåværende ståsted, for å videre kunne differensiere for elevenes individuelle behov. Lærerne uttrykte at de fort fikk overblikk over ulike gruppers forståelse når de arbeidet på tavlene. Det var tydelig hvilke grupper som hadde effektiv fremgang, hvilke elever som tok mest initiativ og hvem som forklarte ting når læreren spurte. I tillegg til å observere gruppen som helhet, fikk de et inntrykk av enkeltelevers kunnskapsnivå, selv om lærerne pekte på at dette var mer utfordrende enn identifikasjonen på gruppenivå. Det ble pekt på at mer passive eller tilbakeholdende elever ofte var et tegn på faglig usikkerhet, noe som samstemmer med studien til Sjöblom et al. (2023) som viste at elever ofte unngikk kontakt for å skjule manglende forståelse. Dette stemmer også godt overens med Liljedahl (2016) som hevder at vertikale tavler gjør elevenes tenking mer synlig, og at det derfor kan gi læreren bedre innsikt i elevenes faglige nivå og forståelse, sammenlignet med individuelt arbeid.

Samtidig viste mine funn at dette bildet ikke er entydig. Det kom frem i både intervjuene og observasjonene at enkelte elever tok mer initiativ i gruppen. Lærerne mente at det kunne skyldes elevenes ulike personligheter. Enkelte elever kunne for eksempel være utadvendte og snakke mye i gruppen, mens det viste seg i ettertid at de forsto lite når de skulle arbeide individuelt. Hvis noen elever snakket mye i gruppen, men viste mangel på forståelse i etterkant, kan de ha bidratt med noe i gruppeprosessen uten at de nødvendigvis har forstått alle sammenhenger. Vygotsky (1978) fremhever hvordan elever utvikler kunnskap i et sosialt

felleskap. Elever kan gjennom samtaler og argumentasjon bidra i gruppeprosessen, selv uten at deres egen forståelse er fullt etablert. Identifikasjon av elevenes faglige nivå kan derfor være utfordrende hvis elevens muntlige aktivitet overskygger faglige utfordringer. På motsatt side fortalte lærerne at sjenerte elever kunne oppleves som faglig svake, men at individuelle prøver derimot viste at de hadde forstått mye. Dette indikerer at elevenes personlighet i enkelte situasjoner kan kamuflere deres faglige nivå. Esmonde & Langer-Osuna (2013) beskriver hvordan lærere bare får et glimt av elevers læring når de trer inn i pågående gruppesamtaler. Dette illustrerer hvordan muligheter for å identifisere elevenes nivå under gruppearbeid avhenger av situasjonen og påvirkes av faktorer slik som gruppedynamikk og elevers egen vilje og evne til å uttrykke seg. Lærerne i min studie var derfor tydelige på at identifisering av elevenes arbeid på vertikale tavler ofte ikke var tilstrekkelig for å få et fullstendig bilde av elevenes nivå, og at de også anvendte både skriftlige og muntlige vurderinger, samt annet arbeid for å kartlegge elevenes nivå. Dette stemmer godt med Prast et al. (2015), som argumenterer for at identifikasjon burde baseres på ulike aktiviteter og kilder for å avdekke elevers ulike behov for differensiering.

Russo et al. (2021) diskuterer hvordan differensieringskompetansen til lærere er knyttet til deres erfaring. I tråd med dette beskrev Celina hvordan hennes erfaring påvirket hennes observasjonspraksis. I begynnelsen hadde hun et begrenset overskudd til å se detaljer, mens hun over tid hadde større mulighet til å observere elevgruppene mer systematisk og vurdere hva elevene individuelt faktisk forsto. Noticing er nettopp prosessen der lærere utvikler oppmerksomhet rettet mot sammenhenger, resonnering og vurdering av detaljer og helheter (Mason, 2002). Lærere ser ikke bare på elevatferd, men tolker den i lys av matematisk forståelse og læringsprosesser (Dindyal et al., 2021). Dette representerer en mer systematisk og faglig forankret form for observasjon enn det som vanligvis gjøres, og vil videreutvikles med økt erfaring hos læreren. Der en person uten erfaring kanskje kunne fokusert på ytre tegn som stillhet eller uro, kan en erfaren lærer raskere fange opp subtile mønstre i elevenes interaksjon med både oppgaven og hverandre (Sjöblom et al., 2023): for eksempel hvordan gruppen strukturerer sine matematiske resonnementer eller hvorvidt og hvordan de anvender både tidligere og ny kunnskap. På denne måten vil en lærer med erfaring og noticing-kompetanse også kunne identifisere usikkerhet og misoppfatninger, for å videre kartlegge elevenes differensieringsbehov. Dette understrekes også av lærernes beskrivelser av hvordan erfaring gir dem flere strategier å benytte i undervisningen. Sett i sammenheng viser disse uttalelsene at mer erfaring kan gi lærerne en intuisjon i arbeidet med identifikasjon av

differensieringsbehov, hvor de ser sammenhenger andre kanskje ikke ville lagt merke til. Likevel kan identifikasjon på individnivå være utfordrende. Dette kan innebære at enkelte elevers behov for tilpasset støtte ikke alltid fanges opp, noe som understreker betydningen av både noticing-ferdigheter og erfaring med metoden. Likevel peker det mot at lærere utvikler sin noticing-kompetanse over tid, og de vil da få bedre evne til å observere og tolke det som skjer i klasserommet.

5.2 Gruppedynamikk

Funn fra observasjonene viste at elevene ofte fungerte som motivatorer for hverandre. Flere av gruppene uttrykte det som virket som en «lagfølelse». En viktig måte å bygge opp elevers mestringsforventning er gjennom å få positive tilbakemeldinger, og slik støtte fra medelever, når den er rasjonell og velbegrunnet, kan bety mye for å styrke egen mestringstro (Bandura, 1978). Lav mestringsforventning kan føre til både lavere utholdenhet, svekket selvtillit og mindre tro på at en kan lære noe nytt, noe som igjen svekker sjansen for å ta til seg ny læring og utvikle sin forståelse (Campbell & Hackett, 1986). Observasjonene viste mange eksempler på gruppesamarbeid der det var et miljø med oppmuntring og positiv tilbakemelding. Læringsmiljøer der elevene fungerer som motivatorer for hverandre kan altså å ha en innvirkning på opplevelsen av mestring og forståelsen av matematikken som blir gjennomgått. Hvis lærerne i et tenkende klasserom lykkes å legge til rette for et læringsmiljø som gjør at elevene er motivatorer for hverandre, kan det dermed øke elevenes mestringsforventning og derfor også individuell og gruppens prestasjon. En kan tenke seg at et slikt læringsmiljø vil være ekstra viktig for de som i utgangspunktet har en redusert motivasjon for å lære matematikk og som strever faglig.

Tilsvarende fortalte lærerne at de hadde et fokus på å lære elevene opp i roller de kunne innta i gruppesamarbeidet. De forklarte hvordan de ønsket å trene elevene på å være «gode pedagoger» for hverandre. For å fremme denne selvstendigheten i gruppearbeidet, valgte de å begrense egne tilbakemeldinger underveis, slik at elevene i større grad skulle støtte og veilede hverandre. Da en av lærerne ble spurt om de trodde elevene lærte av deres måte å gi tilbakemeldinger på og tok etter dem, var svaret usikkert. Likevel viste observasjonene at elevene i stor grad ga hint til hverandre, ga tilbakemeldinger i form av spørsmål og unngikk å gi svar eksplisitt. På denne måten overtok elevene deler av lærerens tradisjonelle arbeid, mens læreren i noen grad utøvde sin rolle gjennom gruppeprosessen ved å veilede elevene til å veilede hverandre. Dette er i tråd med Makar et al. (2015) som fremhever nettopp at en sentral

del av lærerens oppgave under utforskende undervisning er å tilrettelegge for at elevene skal hjelpe hverandre. En kan også si at lærerne fungerte som rollemodeller for hvordan elevene kunne være pedagogiske i gruppeprosessen. Dette fremheves også i sosiokulturell læringsteori, der elevene kan være en støtte for medelevene sine slik at enkeltelevener får arbeidet i sin utviklingssone under gruppearbeidet (Vygotsky, 1978). Webb (2008) beskrev hvordan elever i tillegg til å være en ressurs for medelevene sine, også drar egen nytte av å støtte og forklare matematiske konsepter til andre. Dette kan føre til at elever selv får en dypere forståelse og et metaperspektiv på egen læring (Klette, 2020), altså en refleksjon over egen læringsprosess. Ved å få muligheten til å lære vekk matematikk til medelevene sine kan en tenke seg at elevene selv får en dypere forståelse av sammenhenger.

Samtidig påpekte lærerne at de så klare utfordringer med gruppearbeid. Det stiller også krav til elever med lavere læringspotensial, som både må våge å prøve og utvikle evnen til å stille spørsmål som kan føre dem videre i læringsprosessen. Gruppearbeidet i et tenkende klasserom bygger på at elevene skal diskutere matematikken og lære av hverandre (Liljedahl, 2014), altså en form for dialogisk læring (Skovsmose & Säljö, 2008). Likevel peker Costley (2021) på det lærerne også erfarte: at elevene er ulike, og at noen lettere tar plass, mens andre blir mindre synlige i gruppeprosesser. Quabeck et al. (2024) viser til at kvaliteten på dialogen henger sammen med elevenes forkunnskaper og bakgrunn. Dette reiser spørsmål om hvorvidt alle elever faktisk kan få utbytte av en så omfattende bruk av gruppearbeid som det legges opp til i tenkende klasserom.

Lærerne fremhevet at slike utfordringer forsterkes hvis differansen i læringspotensialet innad i en gruppe er stort, og at dette særlig var krevende for lavtpresterende elever. De erfarte at noen elever kunne oppleve det som sårbart eller ubehagelig å vise faglig usikkerhet, og at frykten for å gjøre feil eller følelsen av å henge etter kunne dempe deltakelsen. Dette støttes av Gervasoni og Lindenskov (2011), som viser at elevers bakgrunn og utgangspunkt påvirker deres muligheter til å trives og lykkes i klasserommet. En kan derfor stille spørsmål ved hvorvidt gruppearbeidet ivaretar behovet for elevenes behov for trygghet og støtte hos alle elever. Både lærernes uttalelser og forskning viser altså at gruppearbeidet stiller krav til alle elever, ikke bare faglig, men også sosialt. Elevene må altså ha både vilje og evne til å delta i dialogen, noe som kan skape situasjoner der enkelte elever faller ut, eller av ulike grunner har utfordringer med å nyttiggjøre seg den dialogiske læringen som gruppearbeidet på de vertikale tavlene er ment å fremme.

Likevel viste observasjonene at de fleste elevene både deltok og stilte spørsmål til medelevene sine. Lærerne underbygget også dette ved at de var tydelig positive til gruppearbeidet og måten det la opp til at elevene skulle lære av hverandre fremfor å få alt forklart av dem selv. I tillegg var det synlig at mange av elevenes roller var dynamiske underveis i gruppesamarbeidet, og at en elev kunne forklare noe til andre i en oppgave, mens rollene senere ble snudd. Det var også flere tilfeller der en elev som hadde fått noe forklart på gruppen, senere var den som forklarte det til lærer eller i plenum. Samtidig uttrykte lærerne at de var beviste på både faglige og sosiale utfordringer knyttet til gruppearbeidet. For eksempel fortalte de at de delte gruppene inn ved bruk av kort fremfor å bruke en digital generator der alle navn og grupper sto på tavlen. På denne måten visste ikke elevene hvilken gruppe de kom på før de sto ved tavlen, noe som var et verktøy for å minske blikk eller annen non-verbal, negativ kommunikasjon. Dette samsvarer med Liljedahl (2014, 2016) som viser til at elevene må lære seg å samhandle i grupper. Lærerne bidro altså til en sosial stilasbygging for å tilrettelegge for trivsel i klasserommet, og dette viser tydelig at lærerne var bevisste rundt utfordringene knyttet til de sosiale risikofaktorene gruppearbeidet kunne føre med seg for elevene. De fortalte også at elevene ble mer vant til og bedre til å samarbeide på gruppene over tid. Disse funnene viser hvordan gruppearbeidet og stillasbyggingen kan være en brikke i differensieringsarbeidet ved at lærerne tilrettelegger for et trygt læringsmiljø og veileder elevene til å selv bli den veiledende parten i utviklingssonen til medelevene sine. Samtidig stiller denne tilnærmingen krav til alle elevene, og kan være en utfordring for elevene med lavest læringspotensial. Likevel viste dette at, når gruppearbeid fungerer optimalt, kan det føre til at elevene både lærer av og veileder hverandre i samme time.

5.3 Differensierte mål

Lærerne formidlet at deres mål for timen både var basert på kunnskapsnivået til klassen og læreplanmålene de måtte igjennom, noe som er i tråd med Prast et al. (2015), som understreker viktigheten av at læreplanmål tilpasses elevmassen. Oppgavene ble i stor grad utformet med disse målene som utgangspunkt, særlig gjennom størrelsen på de «stegene» elevene måtte ta for å løse dem. Med steg menes det mellomtrinnene i en oppgave, for eksempel tilpasninger som å først å be elevene finne en løsning ved regning og deretter representere svaret grafisk, eller ved å dele en oppgave i mer håndterbare delspørsmål. Dette er en måte å tilpasse læreplanmål etter klassens utgangspunkt slik Prast et al. (2015) bemerker som en viktig tilnærming når en skal differensiere mål. Ideelt sett burde differensierte mål

være enda mer tilpassede, enten tilpasset ulike faglige nivå eller helt individuelt skreddersydd for hver enkelt elev (Prast et al., 2015; Wolters, 2004). I et tenkende klasserom er oppgaven og stegene i oppgaven like for alle elevene, noe som reiser spørsmålet om hvor vidt de matematiske målene i praksis blir differensierte. Mangelen på individuelle mål kan føre til at enkelte elever regelmessig arbeider med oppgaver utenfor deres mestringsnivå, noe som over tid kan svekke deres tro på egne ferdigheter og gradvis redusere deres mestringsforventning (Bandura, 1978). Samtidig argumenterer Liljedahl (2023), i likhet med lærerne, for at den tilfeldige grupperingen gjør at elevene får oppleve ulike roller i samarbeidet. Enkelte ganger kan en elev fungere som en støttestruktur i en annens utviklingssone (Vygotsky, 1978), mens de i andre tilfeller selv vil være avhengige av støtte fra medelevene i gruppen. Mangelen på individuelt tilpassede mål kan likevel føre til at elever sjeldent møter temaer som gir dem mestringsfølelse. Over tid kan dette resultere i at de stadig havner i grupper der de har begrensede muligheter til å bidra aktivt i samarbeidet. Dette ble også uttrykt av lærerne, som påpekte at det aller vanskeligste var å tilrettelegge for de alle svakeste elevene.

I praksis viste både intervjuer og observasjoner at lærerne justerte og differensierte tilbakemeldinger på gruppenivå basert på deres sanntidsobservasjoner av progresjonen. Lærerne ga tilleggsutfordringer til grupper som fullførte oppgaver, og fortalte om hvordan de differensierte tilbakemeldingene deres til å bli mer frekvente og konkrete utover i økten, spesielt til gruppene som strevde mer. Denne formen for differensiering gjennom matematisk målstyring (Sleep, 2012) innebærer at læreren aktivt støtter grupper i henhold til deres progresjon underveis, selv om målene ikke er individuelt tilpasset på forhånd. Lærerne vektla at progresjonen i oppgavene var på gruppens premisser og at mulighetsrommet til å bruke mer eller mindre tid på oppgavene i seg selv var en differensieringsstrategi. På denne måten kan matematiske målstyring være en måte å differensiere målene på, der læreren støtter gruppene ulikt i henhold til deres ulike progresjon underveis i økten. Dette indikerer at selv om differensieringen på individnivå i et tenkende klasserom er begrenset, kan en dynamisk målstyring og justering av tilbakemeldinger bidra til tilpasning på gruppenivå. Ved å justere støtten basert på gruppens progresjon, forsøker lærerne å skape en balanse mellom utfordringer og mestringsmuligheter for elevene. Likevel uttrykker Celina at enkelte elever hadde mer behov for individuell tilpasning etter endt arbeid med vertikale tavler. Dette reiser spørsmålet om hvorvidt ytterligere tiltak kan være nødvendige for å sikre at alle elever opplever både støtte og mulighet for utfordring, til tross for tilpasninger som gjøres på gruppenivå.

Dette reiser også spørsmål om hvordan utforskende undervisning kan balanseres mellom målstyring og mer tydelige læringsmål, slik Selling et al. (2024) diskuterer. Selv om en har et ønske om mest mulig elevaktiv læring, kan det noen ganger være nødvendig å eksplisitte kommuniserte læringsmål for å bidra til klarhet og oversikt over egen læring for elevene. Selling (2016) belyser også denne balansen, der det både fremheves et ønske om elevaktiv læring, samtidig som at eksplisitt undervisning kan være nødvendig for at alle elever skal få tilgang til matematiske praksiser. Likevel understrekes det at eksplisitte forklaringer ikke må bli for prosedyrefokusert, og det å forklare sammenhenger og mål underveis eller etter elevaktiviteten kan være en mulig løsning heller enn først i undervisningen (Selling, 2016). Dermed kan det argumenteres for at en kombinasjon av eksplisitt formulerte mål og dynamisk tilpasning kan bidra til en mer oversiktlig læringsprosess, der målene og sammenhengene formuleres mer eksplisitt senere i læringsprosessen.

Lærerne uttrykte at læreplanens klare krav til progresjonen kunne føre til tidspress, hvor enkelte elever ville hatt behov for mer tid på et tema, mens progresjonen til læreplanen krever at en går videre til neste. De opplevde dette særlig på noen tema ved bruk av vertikale tavler, fordi metoden i selv kunne være tidkrevende, da elevene må arbeide gjennom flere steg for å nå en løsning og forståelse. Dette kan begrense lærernes muligheter for tilpasning og differensiering, særlig for elever med behov for mer tid. Lærerne formidlet at en konsekvens av dette var at de så seg nødt til å gi forklare noen sammenhenger eksplisitt til elevene, snarere enn å la dem utforske bevisføring og fremgangsmåter fra start til slutt. Dette ble gjort både for å redusere vanskelighetsnivået og for å frigjøre tid til prosedyrer og andre faglige tema. Dette er i utgangpunktet i kontrast til noen av grunnprinsippene i tenkende klasserom og utforskende undervisning, som bygger på at elever selv skal oppdage matematiske sammenhenger og se etter løsninger uten bestemte løsningsmetoder (Dorier & Maass, 2020; Liljedahl, 2023). Lærerne uttrykte som nevnt at tenkende klasserom kan være en tidskrevende måte å arbeide med matematikk på, og at de derfor til tider måtte avvike fra den ideelle metoden for å sikre fremdrift. Selv om matematisk målstyring kan bidra til fleksibilitet knyttet til læringsmål i et tenkende klasserom (Sleep, 2012), kan progresjonskravene legge føringer som kan gjøre det utfordrende å tilpasse innholdet fullt ut etter elevenes individuelle læringsprosesser. Lærerne ser ut til å gi enkelte matematiske sammenhenger for å skape rom for tilpasning, og anvende målstyring for å bidra til ytterligere fleksibilitet. Det synes derfor å være en spenning mellom differensiering og kravene til fremdrift som gjør at lærerne må

balansere mellom å gi optimal støtte til elever på ulike nivå og samtidig sikre at alle læringsmål blir gjennomgått.

5.4 Differensierte praksiser

Oppgavetyper og bruk av dem er en sentral av Liljedahls (2023) prinsipper for et tenkende klasserom, og som anses som den viktigste komponenten i all matematikkundervisning og dens kvalitet (Schoenfeld, 1994; Sullivan et al., 2009). Dette gjenspeiles også av lærerne da de ble spurt åpent om hva de la i differensiering i et tenkende klasserom. De koblet umiddelbart begrepet til oppgavenes sentrale betydning. Lærerne beskrev at de ønsket å lage oppgaver som hadde lav nok terskel til at alle elevene kunne komme i gang, samtidig som de hadde høyt nok tak til at sterke elever kunne fordype seg videre i samme oppgave. Liljedahl (2023) understreker at oppgavetypen må være rike, åpne, ikke-rutinepregede problemer slik at de stimulerer elevenes tenking. Dette samsvarer med Bardy et al. (2021) sin definisjon av adaptive oppgaver. Lærerne brukte begrepet «selvdifferensierende» om disse oppgavene, fordi ønskelig resultat var at alle elevene fikk til å starte, samtidig som sterke elever fikk mulighet til faglig utfordring i samme oppgave. Oppgavenes sentrale rolle ble fremhevet og viktigheten av å balansere elevenes forkunnskaper med oppgavens startpunkt. Dersom nivået var for høyt, kunne timen oppleves som mislykket grunnet hyppige avbrytelser og spørsmål.

Observasjonene viste at gruppene kom raskt i gang med oppgavene, men at progresjonen varierte. Dette kan indikere at oppgavene traff elevgruppen i disse timene og i noen grad var selvdifferensierte. Samtidig reflekterte lærerne over at de noen ganger traff godt, og andre ganger ikke. Dette kan variere både for ulike elevtyper og fra et tema til et annet. Dette peker på hvor viktig det er at oppgaver tilpasses den konkrete klassen. Samtidig er det tydelig at utvelgelsen av adaptive oppgaver kan være krevende for lærere (Bardy et al., 2021; Pettersen & Nortvedt, 2018). Oppgavene må videre nøye analyseres for å kartlegge utfordringene i oppgaven og hvordan man best mulig kan tilpasse disse til ulike elever (Charalambous et al., 2023). Dette tydeliggjorde også lærerne når de fortalte om at de planla, diskuterte og analyserte oppgavene både alene og på tvers i lærerkollegiet. Samlet sett understreker dette den avgjørende rollen oppgaver spiller, men også kompleksiteten knyttet til å utforme adaptive oppgaver til et tenkende klasserom. Lærerne erfarte også det forskning viser, at valget av oppgaver direkte er knyttet til elevenes læringsutbytte (Sullivan et al., 2009), og at dette er avgjørende valg for å sikre den naturlige tilpasningen en adaptiv oppgave er ment å gi.

Lærerne understrekte betydningen av at alle elevene arbeidet med de samme matematiske oppgavene og uttrykte et ønske om at elevene skulle lære å tenke selvstendig. Et av Liljedahls (2023) mest sentrale begrunnelser for hans undervisningspraksis er nettopp økt selvstendigjøring av elevenes tenking. Dette understrekes også av Goos (2004) som belyser hvordan en utforskende tilnærming til matematikkundervisning kan gi elevene mulighet til å lære å snakke og bruke matematikken aktivt. Hvilke kompetanser elever utvikler, og hvilken forståelse de oppnår, er i stor grad betinget i oppgavene elevene får arbeide med (Bardy et al., 2021; Russo et al., 2021; Sullivan et al., 2009). Nivådelte oppgaver kan være derfor være utfordrende med tanke på rettferdige praksiser i matematikk. Dette kan skyldes at elever med lavere læringspotensial ofte ikke får arbeide med kognitivt aktiverende oppgaver og matematikkundervisning (Webel & Dwiggins, 2019). Et tenkende klasserom skal sikre at alle elever får tilgang på de samme oppgavene, og dermed bidra til en mer likestilt matematikkundervisning. Samtidig uttrykte lærerne som nevnt, at det var særlig krevende å tilrettelegge for elevene med mindre forkunnskaper i matematikk. Lærerne beskrev hvordan enkelte elever med mindre forkunnskaper gjentatte ganger ble passive i dette gruppesamarbeidet, særlig når nivåforskjellene på en gruppe var store. Elever med et lavere læringspotensial trenger ofte en mer eksplisitt undervisning (Sweller et al., 2024; Zhang et al., 2020), og en tettere støtte for å ha utnytte av undervisningen (Bakker et al., 2015). Dette reiser spørsmålet om i hvilken grad det er mulig å differensiere slik gruppebasert undervisningen på vertikale tavler slik at også elever med lavere læringspotensial får et reelt læringsutbytte av oppgavene. En heterogen gruppering, slik den praktiseres i et tenkende klasserom stiller høye krav til læreren når det kommer til differensiering (Russo et al., 2021). Lærerne var bevisste på slike differensieringsstrategier og fortalte blant annet at de i enkelte tilfeller ga oppgaven til elever som strevde en dag i forveien. Dette ga dem mer tid og mulighet til å bearbeide innholdet før de skulle arbeide i grupper. Å gi oppgaven til elever med mindre forkunnskaper i forkant kan sees som et differensieringsgrep for å redusere kognitiv belastning og styrke deres forutsetning for et reelt læringsutbytte, selv når de deltar i en gruppe med stort faglig sprik.

Lærerne uttrykte også en utfordring knyttet til hvordan de kunne tilrettelegge for utforskning i alle tema. De formidlet at det på høyere nivåer i matematikken finnes strukturer, regler og prosedyrer som må forstås før videre utforskning er mulig. For eksempel viste de til derivasjonsregler som noe man, i noen grad, ble nødt å lære algoritmisk før en kunne anvende dem til mer problemløsende oppgaver. Direkte undervisning vises til som mer effektiv for

matematikkundervisning som krever mer avanserte prosedyrekunnskaper (Alfieri et al., 2010). Enkelte peker også på at utforsking kan være krevende for elever med et lavere læringspotensial (Kirschner et al., 2006; Sweller et al., 2024). Dette blir også understreket av lærerne som en utfordring, der enkelte tema, i noen grad, begrenset mulighet for utforsking og åpenhet og på denne måten også begrenset handlingsrommet for å tilpasse utforskningen tilstrekkelig. Som et alternativt grep viser Alfieri et al. (2010) og de Jong et al. (2023, 2024) til at en kombinasjon av direkte og utforskende undervisning ofte er hensiktsmessig i situasjoner der matematikken er mer prosedural eller elever trenger ekstra støtte. En slik balanse krever riktignok mye erfaring og kunnskap av lærere (Quabeck et al., 2024), men observasjonene viste flere tilfeller av at lærerne balanserte mellom disse to. For eksempel satt Britt utforskingen på pause og tok en plenumsgjennomgang av en oppgave som flere grupper strevde med. På denne måten vises det at de adaptive oppgavene i noen tilfeller kan ha begrensninger knyttet til differensiering avhengig av det matematiske innholdet, men at lærernes navigering mellom direkte og utforskende undervisning likevel kan gi mulighet for å sikre tilstrekkelig støtte.

Lærerne var som nevnt, bevisste på å ikke gi eksplisitte svar på spørsmål eller peke direkte på eventuelle feil. Dette kom også frem i observasjonene der lærerne nesten utelukkende fulgte opp spørsmål med nye spørsmål. For eksempel kunne en gruppe spør om de hadde gjort en riktig utregning eller uttrykke at de sto fast. I de fleste tilfellene, svarte lærerne med å be elevene oppsummere hva de hadde gjort til nå, som igjen ofte ledet til at elevene stoppet opp en spesifikk plass som de trengte mer tid til å reflektere rundt sammen. Goos (2004) fremhever at en slik tilnærming kan bidra til at elever gir tilbakemeldinger til hverandre og øker sjansen for at elevene forsøker selv på ting også når de er usikre. Tomlinson (2014) belyser videre at god differensiering er å støtte elevene, men også å skape et læringsmiljø som oppmuntrer elevene til å ta ansvar for egen læring. Liljedahl (2023) vektlegger økt kommunikasjon blant elevene som en av de positive effektene ved bruk av et tenkende klasserom. Å fremprovosere en slik dialogisk læring, der elever kommuniserer og lytter til og med hverandre eller lærer vises til som en måte å gi elevene mulighet til å lære av hverandre (Bakker et al., 2015). På denne måten kan også det å tilbakeholde hint være en differensieringsstrategi for å videreutvikle elevenes evne til å støtte hverandre. Samtidig krever dette mye av elevene, der de både må reflektere over utfordrende matematikk, stille spørsmål om når de ikke forstår, støtte og motivere medelever. Quabeck et al. (2024) viser at kvaliteten på den matematiske samtalen i stor grad varierer mellom ulike heterogene grupper,

noe som reiser spørsmål knyttet til om lærernes tilbakeholdende veiledning fører til at lavtpresterende elever blir prisgitt medelevers evner og vilje til å forklare og støtte dem, for å ha mulighet for læringsutbytte av undervisningen. Tidligere forskning viser til at elevenes bakgrunn og utgangspunkt i stor grad påvirker deres evne til å lykkes eller trives i klasserommet (Gervasoni & Lindenskov, 2011), noe som peker på at lærere må støtte og veilede heterogene grupper for at dette skal kunne være en rettferdig og differensiert undervisningspraksis (Charalambous et al., 2023; Quabeck et al., 2024). Samtidig belyste lærerne flere sider ved det å gi tilbakemeldinger. Selv om de var tilbakeholdende med å gi eksplisitte svar, var de beviste på at noen elever trengte mer støtte og de ga tydeligere tilbakemeldinger utover i økten til de gruppene som trengte det. På denne måten vises det at det både viktig å støtte, men også å holde igjen når nødvendig, slik at elevene får mulighet til å oppnå faglig progresjon samtidig som de utvikler eierskap til egen læring.

5.5 Evaluering av progresjon og prosess

Lærerne vektla konsolideringsfasen som en viktig del for å sikre faglig utbytte for alle elevene. Liljedahl (2023) understreker at konsolidering ikke bare er en oppsummering av elevenes arbeid, men en integrert del av læringsprosessen som gjør elevenes tenkning mer tilgjengelig. Da Britt ble spurt om undervisningen kunne gi et faglig utbytte til alle elevene, var hun først betenkt før hun svarte at den gjorde nok det hvis man også tok med konsolideringen og de nivådelte oppgavene som ble brukt i den andre delen av timen i betraktningen. Det kan tolkes som at konsolideringen og de nivådelte oppgavene fungerte som ekstra muligheter til å oppnå forståelse i de matematiske temaene som ble gjennomgått, hvis en elev ikke forsto alt i oppgavene som ble arbeidet med på de vertikale tavlene. Lærerne påpekte at elevenes forståelse i større grad «svevde rundt» og «forsvant ut» dersom det ikke ble satt av nok tid til konsolideringen og at støtte rundt en slik forankringsprosess vil være ekstra viktig hvis en ikke forsto oppgavene fullt ut underveis ved bruk av de vertikale tavlene. Som tidligere nevnt, kan eksplisitt undervisning være viktig ved undervisning i enkelte matematiske tema, men også for elever med lavt læringspotensial, det sistnevnte for å hindre kognitiv overbelastning (Alfieri et al., 2010; Sweller et al., 2024). En eksplisitt forklaring eller gjennomgang av matematikken vil derfor kunne være et differensieringsverktøy for elever som ellers syntes at gruppearbeidet var utfordrende. Likevel uttrykker Liljedahl (2023) noen vanskeligheter knyttet til en konsolideringsfase som forklarer alle sammenhenger eksplisitt. Han argumenter for at en slik gjennomgang på slutten av timen kan undergrave elevenes

engasjement og vilje til å tenke selv. Dette uttrykker også Anders som en utfordring. På den ene siden fryktet han at elever kun ville vente på en fasit ved å få en eksplisitt gjennomgang av alle oppgavene på slutten av timen, samtidig som han kunne få dårlig samvittighet dersom han ikke forklarte sammenhengene tydelig til elevene.

Dreyfus og Tsamir (2004) beskriver konsolidering som en prosess der ny kunnskap blir robust og fleksibel, uavhengig av kontekst. Det er grunn til å anta at en kortere konsolideringsfase og mangel på eksplisitte forklaringer, hvor elevene får mindre tid til å bearbeide og forankre ny kunnskap, kan føre til misoppfatninger, særlig blant grupper, eller enkelt elever som ikke selv forsto alle sammenhengene. Samtidig viser Liljedahl (2023) selv også at konsolidering i et tenkende klasserom fungerer som et nødvendig bindeledd mellom elevenes utforskende arbeid og deres faktiske læring. Lærerne la vekt på at de forsøkte å skape en helklassesamtale under deres konsolideringspraksis, der elevene nok en gang ble utfordret til å forklare matematiske konsepter til hverandre. På denne måten var det mulig å kombinere eksplisitte forklaringer med prinsippene om elevaktivitet og egen tenkning, ved at elevene selv forklarte sammenhenger, men at læreren aktivt støttet, veiledet og korrigerende forklaringene når det var nødvendig.

I tillegg til konsolidering vektla lærerne de nivådelte oppgavene som en viktig del av forankringsprosessen av læringen til elevene. Dette var oppgaver som lærerne ga elevene etter arbeidet på de vertikale tavlene som var delt inn i henholdsvis «*milde, medium eller spicy*», som elevene arbeidet med individuelt eller i par på pultene sine. Det kan tolkes som at lærerne tenkte på disse oppgavene som en del av undervisningspraksisen og var en praksisbasert tilpasning de hadde gjort av metoden for å sikre læringsutbytte til alle elevene. Dette kom for eksempel frem ved at lærerne pekte på de nivådelte oppgavene som en viktig differensieringsstrategi når de ble spurt om tilpasninger de gjorde i det tenkende klasserommet. En bekymring knyttet til nivådeling i matematikk er at elever med lavere læringspotensial i mindre grad får delta i matematisk rike oppgaver (Boaler, 2002; Webel & Dwiggins, 2019). Adaptive oppgaver kan imøtekomme denne utfordringen ved at samme oppgave ideelt sett er tilpasset for å møte elevenes ulike behov, slik at alle elever får tilgang til matematisk rike oppgaver, uavhengig av nivå (Bardy et al., 2021). De nivådelte oppgavene lærerne tar i bruk kan derfor forstås som en motsetning til prinsippene i det tenkende klasserommet, ettersom de lettere oppgaver ofte blir mer rutinepregede og i mindre grad legger til rette for utforskende tenking (Webel & Dwiggins, 2019). Dette reiser spørsmål om hvor vidt adaptive, åpne problemløsningsoppgaver alene er tilstrekkelig for å oppnå varig

læring for alle elever. Funnene indikerer at vertikale tavler i seg selv kanskje ikke gir tilstrekkelig tilrettelegging for alle elevenes varierte behov. Likevel kan nivådelte oppgaver, når de introduseres etter en utforskende økt med adaptive oppgaver, i større grad forstås som en strategi for å gi elevene en mulighet til konsolidering på et passende nivå, mens de samtidig fungerer som en tilpasning av metoden for å sikre tilstrekkelig differensiering samlet sett i undervisningen.

5.6 Muligheter og utfordringer ved differensiering: En samlet vurdering

I denne avsluttende delen samles hovedfunnene i lys av problemstillingen: *Hvilke muligheter og utfordringer finnes for differensiering i et tenkende klasserom?* Uten å gjenta den foregående drøftingen og med forbehold om studiens begrensninger (jf. Kapittel 3.5), løftes her de viktigste innsiktene fram for å gi en helhetlig forståelse av hvordan differensiering kan arte seg i et tenkende klasserom, og hvilke faktorer som fremmer eller vanskeliggjør tilpasning til elevenes ulike behov.

Overordnet viser funnene fra denne studien at tenkende klasserom kan kombineres med flere differensieringsstrategier. Både lærernes erfaringer og observasjoner viste at en stor grad av differensieringen i tenkende klasserom ikke var forhåndsdefinert, men foregikk i sanntid, basert på elevenes respons, samarbeid og tanker. Lærernes noticing førte til justering av mål, progresjon og veiledning for å respondere på ulike behov. Det kom frem at differensieringen ikke bare var fokusert rundt planlegging og ferdiglagde opplegg, men var tett knyttet til lærernes profesjonelle løpende vurdering i klasserommet.

Videre fremsto gruppearbeidet som et mulighetsrom for læring og differensiering. Det ble vist til som en motiverende arbeidsform for mange av elevene, forutsatt at det eksisterte et trygt og støttende læringsmiljø rundt. For å oppnå dette arbeidet lærerne bevisst med å støtte elevenes samspill og rolleutvikling på gruppene, der de veiledet med hint, spørsmål og andre tilbakemeldinger. Slik ble det fokusert på et læringsmiljø hvor elever i større grad kan støtte hverandre innenfor sin nærmeste utviklingssone.

Samtidig viser funnene at lærerne kontinuerlig balanserer mellom å åpne for utforskning og å sikre struktur og forståelse, særlig for elever som strever. Denne balansen kommer til uttrykk i valg og formulering av læringsmål, oppgaveutvelgelse, veiledningsstrategier og i konsolideringsøktene. Differensieringen fremsto derfor ikke bare som en tilpasning av

oppgaver til elevenes faglige nivå, men som en kompleks praksis som også involverer timing, språkbruk og en vurdering av når det er behov for mer eller mindre utfordring. Når læreren lykkes med å veksle mellom åpen utforskning og tydelig struktur, ser det ut til å åpne for at flere elever kan delta i matematiske samtaler og utvikle faglig forståelse.

Likevel peker studien på flere utfordringer. Å differensiere uten bruk av nivådeling kan være krevende, ettersom oppgaver, forklaringer og veiledning ikke skreddersys for ulike individuelle nivå, men må være mer dynamisk på gruppenivå. I noen tilfeller ble elevers kunnskap og forståelse tydeligere gjennom gruppearbeidet, mens andres personligheter i større grad kunne skjule deres faktiske kompetanse eller mangel på den. Dette påvirket lærernes mulighet for å tilpasse undervisningen etter elevenes individuelle behov. Da det var store faglige forskjeller innad i én gruppe, økte risikoen for at enkelte elever fikk for krevende oppgaver og dermed redusert mulighet til å oppleve mestring.

Videre viste funnene at eksplisitte mål og forklaringer er særlig viktige for elever med lavere læringspotensial. Lærerne ønsket å unngå fasitsvar, men måtte samtidig balansere tilbakeholdenhet med behovet for tydelig instruksjon. I tillegg begrenset læreplanens krav til progresjon noen ganger muligheten for å bruke tid på utledning og utforskning. Dette skapte spenninger mellom dybdelæring og tempo, og viste at adaptive oppgaver og bruk av vertikale tavler kunne skape utfordringer knyttet til å sikre læring for alle elever.

Selv med slike utfordringer fremsto et tenkende klasserom som en undervisningspraksis med et mulighetsrom for differensiering. Bruken av vertikale tavler, dynamisk tilpasning av mål og oppgaver, samt aktive veiledning, hint og spørsmål, fremstår som et godt grunnlag for å møte elevenes ulike behov. Både intervju og observasjon tydet på at gruppearbeidet og de utforskende oppgavene bidro til motivasjon og faglig utvikling, særlig hvis lærerne mestret å skape et trygt og støttende læringsmiljø. Samtidig ble konsolideringsøkter og nivådelte oppgaver tatt i bruk som en ekstra støtte for faglig forståelse og mestring.

Samlet sett peker funnene på at differensiering i et tenkende klasserom er en kompleks, men gjennomførbar praksis, forutsatt av lærerkompetanse og refleksjon. Med bevisst bruk av varierte strategier og kontinuerlig refleksjon rundt tilpasning, kan denne undervisningsformen kan bidra til å fremme både læring og felles utforskning, og dermed støtte elever på vei mot økt matematisk forståelse.

6 Implikasjoner for praksisfeltet

Denne oppgaven har sett på tre læreres bruk av differensiering i et tenkende klasserom. Med utgangspunkt i problemstillingen, skal jeg her presentere noen konkrete implikasjoner for hva funnene i studien kan bety for praksisfeltet.

Lærerne uttrykte at deres erfaring var en viktig ressurs både i utformingen av oppgaver og i annen differensieringspraksis. Kompetanseutvikling og kursing for lærere som skal anvende metoden vil sannsynligvis være nødvendig. Funnene viser at lærerne har tro på metoden, og at den i stor grad kan kombineres med en differensieringspraksis som tar sikte på å møte alle elevenes behov i klasserommet. Studiens resultater knyttet til lærernes erfaring understreker behovet for opplæring, både i metoden generelt og i differensieringsstrategier, som for eksempel å kombinere utforskende undervisning med mer eksplisitt instruksjon. Dette tyder på at både lærerutdanning og videreutdanning bør ha økt fokus på differensiering i utforskende undervisning og opplæring i dette, dersom metoden skal implementeres i større grad. Det kan også være nyttig med hospiteringspraksis, der lærere observerer og lærer av hverandre på tvers av kollegier eller skoler som ønsker å ta i bruk denne undervisningspraksisen. Med et system for erfaringsutveksling og faglig utvikling kan metoden bidra til en mer inkluderende og motiverende undervisningspraksis i matematikk. Samtidig må man være oppmerksom på risikoen ved å implementere slike metoder uten tilstrekkelig kompetanse og støtte. Funnene i denne studien peker på at det stilles høye krav til lærerne, både når det gjelder å identifisere elevenes kompetanse og behov, tilpasse og veilede grupper, og balansere mellom utforskende og mer eksplisitt undervisning. Manglende kompetanse kan føre til at enkelte elever arbeider med for krevende mål og oppgaver, og uten systematisk kompetanseutvikling risikerer man at metodens potensial svekkes.

Lærerne uttrykte at de opplevde enkelte utfordringer knyttet til differensiering i et tenkende klasserom. Gruppearbeid kunne både styrke elevenes forståelse og deltakelse, men i noen tilfeller også virke hemmende. Lærerne mente at det var mulig å ivareta elevenes ulike behov ved hjelp av vertikale tavler, men at metoden bør tilpasses for å sikre læringsutbytte – særlig for elever med lav motivasjon eller store læringsutfordringer. Det trengs mer forskning for å undersøke i hvilken grad metoden egner seg for elever som trenger ekstra støtte i matematikk. Likevel peker denne studien, i tråd med tidligere forskning (Alfieri et al., 2010; de Jong et al., 2024; Fry et al., 2025), på at lærere med fordel kan kombinere metoden med strategier for mer

direkte støtte, som korte konsolideringer underveis, samt supplere med andre undervisningsformer. Ved å variere undervisningsmetoder og pause arbeidet med krevende oppgaver for å sikre forståelse, kan flere elever få mulighet til å delta og utvikle sin matematiske kompetanse.

I tillegg viser studien viktigheten av, men også noen vanskeligheter knyttet til utvelgelsen og bruk av adaptive oppgaver. Det er krevende å finne oppgaver som treffer alle elever godt og samtidig ivaretar progresjon og tematikk i læreplanen, noe som er viktig ikke bare i denne konteksten, men for matematikkundervisningen generelt. Funnene indikerer at samarbeid mellom lærere i utvelgelsesprosessen kan være nyttig. I tillegg var det tydelig at lærerne erfarte hvilke oppgaver og hint som fungerte også underveis i undervisningsøkten. Det finnes i dag enkelte oppgavebanker, men en videreutvikling av disse, med et større utvalg av oppgaver som både støtter kravet om åpenhet i adaptive oppgaver, men samtidig følger læreplaner, ville vært en nyttig ressurs. Dette er særlig aktuelt ettersom mange læreverk mangler et tilstrekkelig utvalg av adaptive oppgaver (Bardy et al., 2024). En oppgavebank som utformes og justeres av lærere med erfaring fra klasserommet, kan gjøre det enklere for andre skoler og lærere å ta metoden i bruk og samtidig øke elevenes læringsmuligheter i matematikk.

Studien viser flere indikasjoner på at lærerne opplever at et tenkende klasserom kan være en motiverende undervisningspraksis for elevers arbeid med matematikk. Dette er særlig relevant i lys av utfordringer knyttet til elevenes interesse og engasjement i faget, slik det også løftes frem i Rocard et al. (2007). Et tenkende klasserom er en elevaktiv arbeidsmetode som søker å øke elevenes selvstendige tenking i matematikktimene (Liljedahl, 2023). Denne studien indikerer at metoden kan være et effektivt verktøy for å oppnå nettopp dette – engasjement og glede av selvstendig tenking og problemløsning. Selv om funnene indikerer at differensiering for de svakeste kan være en utfordring, vil en generell opplevelse av økt motivasjon i klasserommet sannsynlig bidra positivt for mange elever.

Til sist, for å oppsummere, vet vi at bruken av et tenkende klasserom er relativt ny, men i vekst i Norge (Valbekmo & Bjuland, 2023). Studiens funn viser at lærere opplever at metoden kan kombineres med nyttige differensieringsstrategier, som å dele ut oppgaver på forhånd, gi støtte i gruppearbeid, legge til rette for individuell jobbing og gi eksplisitt instruksjon ved behov – noe også observasjonene støtter. Samtidig peker funnene på at disse tilpasningene stiller høye krav til lærerens kompetanse og dømmekraft, og uten tilstrekkelig støtte og

veiledning kan noen elever falle utenfor. For å sikre god implementering bør lærere få tilgang til faglig veiledning og gode eksempler på oppgaver og praksiser. Tilliten til metoden blant lærerne, kombinert med praksisbaserte tilpasninger og elevenes motivasjon, indikerer likevel et potensial for bredere bruk av tenkende klasserom i matematikkundervisning på tvers av skoler.

7 Referanser

- Alfieri, L., Brooks, P., Aldrich, N., & Tenenbaum, H. (2010). Does Discovery-Based Instruction Enhance Learning? *Journal of Educational Psychology*, 103, 1–18. <https://doi.org/10.1037/a0021017>
- Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM*, 45(6), 797–810. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6>
- Bakker, A., Smit, J., & Wegerif, R. (2015). Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education: Introduction and review. *ZDM*, 47(7), 1047–1065. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0738-8>
- Bandura, A. (1978). Reflections on self-efficacy. *Advances in Behaviour Research and Therapy*, 1(4), 237–269. [https://doi.org/10.1016/0146-6402\(78\)90012-7](https://doi.org/10.1016/0146-6402(78)90012-7)
- Bardy, T., Holzäpfel, L., Reinhold, F., & Leuders, T. (2024). Mathematics teachers' multiple perspectives on adaptive tasks: Task evaluation and selection as core practices for teaching quality. *ZDM – Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01626-3>
- Bardy, T., Holzäpfel, L., & Timo, L. (2021). *Adaptive Tasks as a Differentiation Strategy in the Mathematvis Classroom: Features from Research and Teachers' Views*. 28.
- Barwell, R. (2005). Mathematics, Discourse and Democracy. *British Educational Research Journal*, 31(6), 787–798.
- Benita, M., Roth, G., & Deci, E. L. (2014). When are mastery goals more adaptive? It depends on experiences of autonomy support and autonomy. *Journal of Educational Psychology*, 106(1), 258–267. <https://doi.org/10.1037/a0034007>
- Bjønness, B., & Kolstø, S. D. (2015). Scaffolding open inquiry: How a teacher provides students with structure and space. *Nordic Studies in Science Education*, 11(3), Artikkel 3. <https://doi.org/10.5617/nordina.878>
- Blikstad-Balas, M. (2017). Key challenges of using video when investigating social practices in education: Contextualization, magnification, and representation. *International Journal of Research & Method in Education*, 40(5), 511–523. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2016.1181162>
- Blomhøj, M., & Haavold, P. Ø. (2024). Utforskende undervisning—Fra teori til praksis. I P. Ø. Haavold (Red.), *Utforskende undervisning i matematikk* (s. 40–53). Universitetsforlaget.
- Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experiences and understanding. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 41.
- Boaler, J. (2002). *Experiencing School Mathematics: Traditional and Reform Approaches To Teaching and Their Impact on Student Learning, Revised and Expanded Edition*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781410606365>
- Braun, V., & Clarke, V. (2022). *Thematic analysis: A practical guide*. SAGE.
- Brinkmann, S., & Kvale, S. (2015). *InterViews: Learning the craft of qualitative research interviewing* (Third edition). Sage.

- Bryman, A. (2016). *Social research methods* (Fifth Edition). Oxford University Press.
- Campbell, N. K., & Hackett, G. (1986). The effects of mathematics task performance on math self-efficacy and task interest. *Journal of Vocational Behavior*, 28(2), 149–162. [https://doi.org/10.1016/0001-8791\(86\)90048-5](https://doi.org/10.1016/0001-8791(86)90048-5)
- Charalambous, C. Y., Agathangelou, S., Delaney, S., & Papadouris, N. (2023). Engaging All Students in Challenging Mathematical Work: Working at the Intersection of Cognitively Challenging Tasks and Differentiation During Lesson Planning and Enactment. I J. Cai, G. J. Stylianides, & P. A. Kenney (Red.), *Research Studies on Learning and Teaching of Mathematics* (s. 179–218). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-031-35459-5_9
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2017). *Research Methods in Education*. Taylor & Francis Group.
<http://ebookcentral.proquest.com/lib/oslo/detail.action?docID=5103697>
- Costley, J. (2021). How role-taking in a group-work setting affects the relationship between the amount of collaboration and germane cognitive load. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 18(1), 24.
<https://doi.org/10.1186/s41239-021-00259-w>
- Creswell, J. W. (2009). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (3rd ed). Sage Publications.
- Creswell, J. W., & Miller, D. L. (2000). Determining Validity in Qualitative Inquiry. *Theory Into Practice*, 39(3), 124–130. https://doi.org/10.1207/s15430421tip3903_2
- Dalland, C. P. (2012). Utfordringer ved gjenbruk av andres kvalitative data. *Norsk pedagogisk tidskrift*, 95(6), 449–459. <https://doi.org/10.18261/ISSN1504-2987-2011-06-05>
- de Jong, T., Lazonder, A. W., Chinn, C. A., Fischer, F., Gobert, J., Hmelo-Silver, C. E., Koedinger, K. R., Krajcik, J. S., Kyza, E. A., Linn, M. C., Pedaste, M., Scheiter, K., & Zacharia, Z. C. (2023). Let's talk evidence – The case for combining inquiry-based and direct instruction. *Educational Research Review*, 39, 100536.
<https://doi.org/10.1016/j.edurev.2023.100536>
- de Jong, T., Lazonder, A. W., Chinn, C. A., Fischer, F., Gobert, J., Hmelo-Silver, C. E., Koedinger, K. R., Krajcik, J. S., Kyza, E. A., Linn, M. C., Pedaste, M., Scheiter, K., & Zacharia, Z. C. (2024). Beyond inquiry or direct instruction: Pressing issues for designing impactful science learning opportunities. *Educational Research Review*, 44, 100623. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2024.100623>
- Deunk, M., Doolaard, S., Smalle-Jacobse, A., & Bosker, R. J. (2015). *Differentiation within and across classrooms: A systematic review of studies into the cognitive effects of differentiation practices*. GION onderwijs/onderzoek, Rijksuniversiteit Groningen.
- Deunk, M. I., Smale-Jacobse, A. E., de Boer, H., Doolaard, S., & Bosker, R. J. (2018). Effective differentiation Practices: A systematic review and meta-analysis of studies on the cognitive effects of differentiation practices in primary education.

- Educational Research Review*, 24, 31–54.
<https://doi.org/10.1016/j.edurev.2018.02.002>
- Dindyal, J., Schack, E. O., Choy, B. H., & Sherin, M. G. (2021). Exploring the terrains of mathematics teacher noticing. *ZDM – Mathematics Education*, 53(1), 1–16.
<https://doi.org/10.1007/s11858-021-01249-y>
- Dorier, J.-L., & Maass, K. (2020). Inquiry-Based Mathematics Education. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 384–388). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_176
- Dreyfus, T., & Tsamir, P. (2004). Ben's consolidation of knowledge structures about infinite sets. *The Journal of Mathematical Behavior*, 23(3), 271–300.
<https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2004.06.002>
- Eikeland, I., & Ohna, S. E. (2022). Differentiation in education: A configurative review. *Nordic Journal of Studies in Educational Policy*, 8(3), 157–170.
<https://doi.org/10.1080/20020317.2022.2039351>
- Esmonde, I., & Langer-Osuna, J. M. (2013). Power in Numbers: Student Participation in Mathematical Discussions in Heterogeneous Spaces. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 288–315.
<https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.44.1.0288>
- Fitzgerald, L., Hunter, J., & Hunter, R. (2021). Shifting Teacher Practices in Relation to Grouping: Gap Gazing or Strengths Focused Approaches. *Mathematics Teacher Education and Development*, 23(3), 97–110.
- Flick, U. (2018). *An introduction to qualitative research* (6th edition). SAGE Publications.
- Fraenkel, J. R., & Wallen, N. E. (2008). *How to design and evaluate research in education* (Seventh Edition). The McGraw Hill Companies.
- Fry, K., Nakar, S., & Zorn, K. (2025). Professional learning interventions for inquiry-based pedagogies in primary classrooms: A scoping review (2012–2022). *Mathematics Education Research Journal*. <https://doi.org/10.1007/s13394-024-00516-x>
- Gervasoni, A., & Lindenskov, L. (2011). Students with «Special Rights» for Mathematics Education. I *Mapping Equity and Quality in Mathematics Education* (s. 307–323). Springer.
- Goos, M. (2004). Learning Mathematics in a Classroom Community of Inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(4), 258.
<https://doi.org/10.2307/30034810>
- Graham, L. J. (2019). Inclusive education in the 21st century. I *Inclusive Education for the 21st Century*. Routledge.
- Hamre, B. K., & Pianta, R. C. (2005). Can Instructional and Emotional Support in the First-Grade Classroom Make a Difference for Children at Risk of School Failure? *Child Development*, 76(5), 949–967. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2005.00889.x>
- Herseth, M., El Gharni, M., & Bjerke, A. H. (2025). Investigating differentiation: Exploring the impact of task difficulty labelling on students' mathematics performance.

- NOMAD Nordic Studies in Mathematics Education*, 30, 5–24.
<https://doi.org/10.7146/nomad.v30i1.152734>
- Jensen, F., Pettersen, A., Stjern Frønes, T., Eriksen, A., Løvgren, M., & Narvhus, E. K. (2023). *PISA 2022. Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing*. Cappelen Damm Akademisk/NOASP. <https://doi.org/10.23865/noasp.205>
- Johannessen, A., Tufte, P. A., & Christoffersen, L. (2017). *Introduksjon til samfunnsvitenskaplig metode* (5.). Abstrakt forlag.
- Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. E. (2006). Why Minimal Guidance During Instruction Does Not Work: An Analysis of the Failure of Constructivist, Discovery, Problem-Based, Experiential, and Inquiry-Based Teaching. *Educational Psychologist*, 41(2), 75–86.
https://doi.org/10.1207/s15326985ep4102_1
- Klette, K. (2020). Hva vet vi om god undervisning? Rapport fra klasseromsforskningen. I *Praktisk-pedagogisk utdanning: En antologi* (2.utg., s. 183–206). Fagbokforl.
- Klette, K., & Blikstad-Balas, M. (2018). Observation manuals as lenses to classroom teaching: Pitfalls and possibilities. *European Educational Research Journal*, 17(1), 129–146. <https://doi.org/10.1177/1474904117703228>
- Kunnskapsdepartementet. (2017). *Undervisning og tilpasset opplæring* | udir.no.
<https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/3.-prinsipper-for-skolens-praksis/3.2-undervisning-og-tilpasset-opplaring>
- Larsen, A. K. (2017). *En enklere metode veiledning i samfunnsvitenskapelig forskningsmetode* (2. utg.). Fagbokforl.
- Liljedahl, P. (2014). The Affordances of Using Visibly Random Groups in a Mathematics Classroom. I Y. Li, E. A. Silver, & S. Li (Red.), *Transforming Mathematics Instruction: Multiple Approaches and Practices* (s. 127–144). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-04993-9_8
- Liljedahl, P. (2016). Building Thinking Classrooms: Conditions for Problem-Solving. I P. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick (Red.), *Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and New Perspectives* (s. 361–386). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_21
- Liljedahl, P. (2023). *Å bygge tenkende klasserom i matematikk* (A. Sjøbu, Overs.). Cappelen Damm Akademisk.
- Liljedahl, P., Zager, T. J., & Wheeler, L. (2021). *Building thinking classrooms in mathematics: 14 teaching practices for enhancing learning: Grades K-12*. Corwin.
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry* (Nachdr.). Sage.
- Makar, K., Bakker, A., & Ben-Zvi, D. (2015). Scaffolding norms of argumentation-based inquiry in a primary mathematics classroom. *ZDM*, 47(7), 1107–1120.
<https://doi.org/10.1007/s11858-015-0732-1>
- Marks, A., Woolcott, G., & Markopoulos, C. (2021). Differentiating Instruction: Development of a Practice Framework for and with Secondary Mathematics

- Classroom Teachers. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(3), em0657. <https://doi.org/10.29333/iejme/11198>
- Mason, J. (2002). *Researching Your Own Practice: The Discipline of Noticing*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203471876>
- NESH. (2022, mai 26). *Guidelines for Research Ethics in the Social Sciences and the Humanities*. Forskningsetikk. <https://www.forskningsetikk.no/en/guidelines/social-sciences-and-humanities/guidelines-for-research-ethics-in-the-social-sciences-and-the-humanities/>
- Nur'aini, D. A., Liliawati, W., & Novia, H. (2023). The Effect of Differentiated Approach in Inquiry-based Learning on Senior High School Students'™ Conceptual Understanding of Work and Energy Topic. *Jurnal Penelitian Pendidikan IPA*, 9(1), Artikel 1. <https://doi.org/10.29303/jppipa.v9i1.2374>
- Opplæringslova. (2023). *Lov om grunnskoleoppl ringa og den videreg ende oppl ringa* (LOV-2023-06-09-30). Lovdata. https://lovdata.no/dokument/NL/lov/2023-06-09-30/KAPITTEL_4-5#%C2%A714-6
- Patton, M. Q. (1999). *Enhancing the quality and credibility of qualitative analysis*. 34, 1189–1208.
- Pettersen, A., & Nortvedt, G. A. (2018). Identifying Competency Demands in Mathematical Tasks: Recognising What Matters. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(5), 949–965. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9807-5>
- Prast, E. J., & Hickendorff, M. (2023). How Do Dutch Teachers Implement Differentiation In Primary Mathematics Education? I R. Maulana, M. Helms-Lorenz, & R. M. Klassen (Red.), *Effective Teaching Around the World* (s. 757–774). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-031-31678-4_35
- Prast, E. J., Van de Weijer-Bergsman, E., Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. H. (2015). *Readiness-based differentiation in primary school mathematics: Expert recommendation and teacher self-assessment*. 3.(2). <https://repository.ubn.ru.nl/bitstream/handle/2066/178260/178260.pdf>
- Quabeck, K., Erath, K., & Prediger, S. (2024). Differential instructional qualities despite equal tasks: Relevance of school contexts for subdomains of cognitive demands. *ZDM – Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01552-4>
- Ramdani, N., Nurwalidainismawati, N., & Fauzi, A. (2025). Implementation of inquiry—Based differentiated learning in improving students' critical thinking skills. *Prima: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(1), Artikel 1. <https://doi.org/10.31000/prima.v9i1.12571>
- Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Henriksson, H., & Hemmo, V. (2007). *Rocard report: "Science education now: A new pedagogy for the future of Europe"*. EU 22845, European Commission.

- Roskvold, J. (2024). Hva er utforskende matematikkundervisning? I P. Ø. Haavold (Red.), *Utforskende undervisning i matematikk* (s. 21–37). Universitetsforlaget.
- Rusk, F., Pörn, M., Sahlström, F., & Slotte, A. (2012). Everything, everywhere, all the time: Advantages and challenges in the use of extensive video recordings of children. *The Fourth Qualitative Research Conference*, 1–13.
- Russo, J., Bobis, J., & Sullivan, P. (2021). *Differentiating Instruction in Mathematics*.
- Schnell, S., & Prediger, S. (2017). Mathematics enrichment for all—Noticing and enhancing mathematical potentials of underprivileged students as an issue of equity. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(1), 143–165. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00609a>
- Schoenfeld, A. H. (1994). Reflection on Doin and Teaching Mathematics. I A. H. Schoenfeld (Red.), *Mathematical thinking and problem solving* (s. 53–70). Routledge.
- Selling, A. J. V., Klette, K., & Nortvedt, G. A. (2024). Teachers’ goal communication in Nordic mathematics classrooms. *Mathematics Education Research Journal*. <https://doi.org/10.1007/s13394-024-00498-w>
- Selling, S. K. (2016). *Making Mathematical Practices Explicit in Urban Middle and High School Mathematics Classrooms*. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.47.5.0505>
- Siegel, M., & Borasi, R. (1994). Demystifying Mathematics Education Through Inquiry. I P. Ernest (Red.), *Constructing Mathematical Knowledge: Epistemology and Mathematics Education. Studies in Mathematics* (s. 201–215). Falmer Press.
- Sjöblom, M., Valero, P., & Olander, C. (2023). Teachers’ noticing to promote students’ mathematical dialogue in group work. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 26(4), 509–531. <https://doi.org/10.1007/s10857-022-09540-9>
- Skovsmose, O., & Säljö, R. (2008). *Learning mathematics through inquiry*. 13, 31–52.
- Skaalvik, E. M., & Fossen, I. (1995). *Tilpassing og differensiering—Idealer og realiteter i norsk grunnskole* (1. utgave). Tapir.
- Sleep, L. (2012). The Work of Steering Instruction Toward the Mathematical Point: A Decomposition of Teaching Practice. *American Educational Research Journal*, 49(5), 935–970. <https://doi.org/10.3102/0002831212448095>
- Stonebanks, C. D., Bennette-Stonebanks, M., & Norrie, K. (2019). *School Administration Gatekeeping on “Sensitive/Controversial” Research Topics*. https://journals.sagepub.com/doi/10.1525/irqr.2019.12.4.394?utm_source=chatgpt.com
- Sullivan, P., Clarke, D., & Clarke, B. (2009). Converting mathematics tasks to learning opportunities: An important aspect of knowledge for mathematics teaching. *Mathematics Education Research Journal*, 21(1), 85–105. <https://doi.org/10.1007/BF03217539>
- Sweller, J., Zhang, L., Ashman, G., Cobern, W., & Kirschner, P. A. (2024). Response to De Jong et al.’s (2023) paper “Let’s talk evidence – The case for combining inquiry-

- based and direct instruction". *Educational Research Review*, 42, 100584.
<https://doi.org/10.1016/j.edurev.2023.100584>
- Tomlinson, C. A. (2014). *The differentiated classroom: Responding to the needs of all learners* (2. ed). ASCD.
- Universitet i Oslo. (2019). *Lagringsguiden—Universitetet i Oslo*.
<https://www.uio.no/tjenester/it/sikkerhet/lsis/tillegg/lagringsguide.html>
- Valbekmo, I., & Bjuland, R. (2023). Students' reasoned dialogs during problem solving in a Norwegian thinking classroom. 59-78. <https://uis.brage.unit.no/uis-xmlui/handle/11250/3139399>
- van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2021). Expanding on prior conceptualizations of teacher noticing. *ZDM – Mathematics Education*, 53(1), 17–27.
<https://doi.org/10.1007/s11858-020-01211-4>
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes* (M. Cole, S. Stein, & A. Sekula, Red.). Harvard University Press.
- Webb, N. M. (2008). Teacher Practices and Small-Group Dynamics in Cooperative Learning Classrooms. I R. M. Gillies, A. F. Ashman, & J. Terwel (Red.), *The Teacher's Role in Implementing Cooperative Learning in the Classroom* (s. 201–221). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-70892-8_10
- Webel, C., & Dwiggins, A. D. (2019). Prospective Elementary Teachers' Experiences with and Perspectives on Grouping by Ability in Mathematics. *Mathematics Teacher Education and Development*, 21(2), 4–23.
- Wells, K. J. (2017). Noticing Students' Conversations and Gestures During Group Problem-Solving in Mathematics. I E. O. Schack, M. H. Fisher, & J. A. Wilhelm (Red.), *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts , and Frameworks* (s. 183–204). Springer.
- Wolters, C. A. (2004). Advancing Achievement Goal Theory: Using Goal Structures and Goal Orientations to Predict Students' Motivation, Cognition, and Achievement. *Journal of Educational Psychology*, 96(2), 236–250. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.2.236>
- Wood, D., Bruner, J. S., & Ross, G. (1976). The Role of Tutoring in Problem Solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17(2), 89–100.
<https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.1976.tb00381.x>
- Yimer, A., & Ellerton, N. F. (2010). A five-phase model for mathematical problem solving: Identifying synergies in pre-service-teachers' metacognitive and cognitive actions. *ZDM*, 42(2), 245–261. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0223-3>
- Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: Design and methods* (Sixth edition). SAGE.
- Zhang, X., Räsänen, P., Koponen, T., Aunola, K., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2020). Early Cognitive Precursors of Children's Mathematics Learning Disability and Persistent Low Achievement: A 5-Year Longitudinal Study. *Child Development*, 91(1), 7–27. <https://doi.org/10.1111/cdev.13123>

Vedlegg 1 – Informasjonsskriv og samtykkeerklæring for elever

Dato: 30. mai 2025

Vil du delta i forskningsprosjektet

Problemløsning og utforskning med vertikale tavler: Bygge tenkende klasserom?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvordan skoler (elever og lærere) opplever å arbeide med utforskning og problemløsning i matematikk ved hjelp av metoden «vertikale tavler». I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

I dette prosjektet ønsker vi å undersøke hvordan lærere og elever i grunn- og videregående skole opplever å arbeide med problemløsning og utforskning i matematikk. Skolene som deltar i prosjektet, arbeider allerede med metoden "vertikale tavler" eller ønsker å utforske denne metoden. Forskningen vil fokusere på elevenes problemløsningsprosess, gruppedynamikk og gruppedialoger, elevenes oppfatning av arbeidsmetoden og matematikkundervisning samt deres motivasjon for matematikk. I tillegg vil vi undersøke hvordan på lærere oppfatter av metoden, deres tanker og holdninger knyttet til matematikkundervisning, hvordan de tilrettelegger for elevenes læring og vurdering når klassen arbeider med vertikale tavler.

Prosjektet vil gi verdifull innsikt i en arbeidsmetode som inntar matematikklasserom i store deler av verden. Prosjektet har en tidsramme på sju år. Det vil involvere flere skoler og flere klasser (med elever og lærere). Data som samles inn, vil gjøres tilgjengelig for masterstudenter som knyttes til prosjektet. I tillegg vil data fra prosjektet brukes til å skrive vitenskapelige artikler og lærebokkapitler om arbeid med vertikale tavler.

Vi vil observere 1 – 3 matematikktimer i hver av klassene som deltar og gjøre videoopptak av undervisningen. I tillegg ønsker vi å intervju noen elever og lærerne. Prosjektet varer fra 2023 til 2030. Vi vil gjøre opptak på minst en skole per år i de første fem årene.

Vi håper at noen få opptak kan frigjøres for bruk i undervisningen i lærerutdanningene ved Institutt for lærerutdanning og skoleforskning. Dette vil vi be om i etterkant av observasjonene, og vi vil gi et eget samtykkebrev til de personene som er filmet. Dersom du får spørsmål om å frigjøre et opptak du er på, kan du si nei til det dersom du ikke ønsker at vi skal bruke opptak av deg i lærerutdanningen.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning (ILS) ved Universitetet i Oslo er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får spørsmål om å delta fordi skolen bruker vertikale tavler i matematikktimene og fordi skolen din har sagt at klassen din kan delta på prosjektet. Du bestemmer selv om du vil delta, og selv om klassen din deltar, kan du si både ja og nei til deltagelse.

I løpet av en periode på fem år vil vi henvende oss til minst en skole per år for deltagelse i prosjektet. Skolene velges ut fordi de bruker eller ønsker å starte med metoden «vertikale tavler». Vi ønsker skoler med både kort og lang erfaring med metoden, og fra ulike deler av Norge. Til sammen håper vi å rekruttere ti skoler i løpet av prosjektperioden. Det vil innebære at mellom 10 og 20 lærere og skoleklasser deltar. Skolens ledelse har gitt oss tillatelse til å kontakte deg og til at vi gjennomfører prosjektet på din skole.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at vi gjør videoopptak av 1–3 matematikktimer. I tillegg ønsker vi å gjennomføre intervjuer med noen av elevene i klassen.

I intervjuet vil vi stille deg spørsmål om hva du tenker om matematikk og det å lære matematikk. Vi vil spørre deg om hva du synes om ulike undervisningsmetoder og om å jobbe med vertikale tavler. Vil også spørre deg om hvordan du liker matematikk, om det er noe som gjør deg stresset eller nervøs og om det er aktiviteter (for eksempel prøver) som du gleder eller gruer deg til.

Intervjuet vil bli filmet. Dersom du ønsker det, kan du få se intervjuguiden før du samtykker til intervju ved å kontakte Guri A. Nortvedt eller Bente Lerbrekk.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Vi vil samarbeide med læreren din slik at det legges til rette for at elever som ikke ønsker å delta i forskningsprosjektet kan gjennomføre aktivitetene i undervisningen på vanlig måte og at dere ikke kommer med på videoopptaket.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Disse personene vil ha tilgang til dataene dine (videoopptak): Prosjektleder og prosjektgruppen. Prosjektgruppene består av ansatte ved ILS og masterstudenter i Lektorprogrammet.
- Videoene vil lagres på et eget område på universitetets servere som bare prosjektmedlemmer har tilgang til. Det vil være tofaktor-pålogging. Når masterstudenter

leverer masteroppgaven sin, mister de tilgangen til området. Det samme gjelder dersom en tilsatt slutter i sin stilling eller trekker seg fra prosjektet.

- Når noen i prosjektgruppen skal analysere eller se på videoer, må de gjøre det på et kontor på ILS.
- Samtykkebrevne oppbevares i låst skap på prosjektleders kontor.
- Navnet ditt og navnet på skolen din vil erstattes med en kode i alt datamateriell.
- Det vil ikke være mulig å kjenne deg igjen i publikasjoner eller masteroppgaver.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?

Prosjektet vil etter planen avsluttes 31. oktober 2030. Etter prosjektslutt vil datamaterialet med dine personopplysninger (video-opptak) slettes. Videoklipp som skal brukes i undervisning vil lagres på en server på Universitetet i Oslo med adgangskontroll. Opptakene kan brukes til undervisning i ti år etter opptak, etter dette slettes de.

Det er kun medlemmer av prosjektet (ansatte og masterstudenter) som vil ha tilgang til dine personopplysninger (video-opptak). Vi vil ikke gi andre forskere tilgang til dataene eller bruke dem til andre formål enn behandlingen for dette prosjektet.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke. Hvis du er yngre enn 16 år, må foreldrene dine samtykke sammen med deg. På oppdrag fra Universitetet i Oslo har Sikt – Kunnskapssektorens tjenesteleverandør vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- ILS, Universitetet i Oslo ved Guri A. Nortvedt, telefon 913 20 460, guri.nortvedt@ils.uio.no
- Vårt personvernombud: Roger Markgraf-Bye, personvernombud@uio.no

Hvis du har spørsmål knyttet til vurderingen som er gjort av personverntjenestene fra Sikt, kan du ta kontakt via:

- Epost: personverntjenester@sikt.no eller telefon: 73 98 40 40.

Hvis du har spørsmål om intervjuene, kan du kontakte Bente Lerbrekk, bentsm@student.uv.uio.no, eller Guri A. Nortvedt.

Med vennlig hilsen

Guri A. Nortvedt

Prosjektansvarlig, Professor i matematikdidaktikk
Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, Universitetet i Oslo
913 20 460/ guri.nortvedt@ils.uio.no

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Problemløsning og utforskning med vertikale tavler: Bygge tenkende klasserom*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i undervisningen og bli videofilmet mens jeg jobber i gruppe
- ☐ å delta i intervju dersom dere ønsker å intervju meg

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

-

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vi samtykker til at mitt barns opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

-

(Signert av prosjektdeltakers foreldre dersom prosjektdeltaker er under 16 år, dato)

Du kan levere samtykkeerklæringen din digitalt ved å bruke lenken eller QR-koden nedenfor:

<https://nettskjema.no/a/tavler>.



Vedlegg 2 – Informasjonsskriv og samtykkeerklæring til lærere

Dato: 9. januar 2025

Vil du delta i forskningsprosjektet

Problemløsning og utforskning med vertikale tavler: Bygge tenkende klasserom?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvordan skoler

(elever og lærere) opplever å arbeide med utforskning og problemløsning i matematikk ved hjelp av metoden «vertikale tavler». I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

I dette prosjektet ønsker vi å undersøke hvordan lærere og elever i grunn- og videregående skole opplever å arbeide med problemløsning og utforskning i matematikk. Skolene som deltar i prosjektet, arbeider allerede med metoden "vertikale tavler" eller ønsker å utforske denne metoden. Forskningen vil fokusere på elevenes problemløsningsprosess, gruppedynamikk og gruppedialoger, elevenes oppfatning av arbeidsmetoden og matematikk samt deres motivasjon for matematikk. I tillegg vil vi undersøke hvordan på lærere oppfatter av metoden, deres tanker og holdninger knyttet til matematikkundervisning, hvordan de tilrettelegger for elevenes læring og vurdering når klassen arbeider med vertikale tavler.

Prosjektet vil gi verdifull innsikt i en arbeidsmetode som inntar matematikklasserom i store deler av verden. Prosjektet har en tidsramme på sju år. Det vil involvere flere skoler og flere klasser (med elever og lærere). Data som samles inn, vil gjøres tilgjengelig for masterstudenter som knyttes til prosjektet. I tillegg vil data fra prosjektet brukes til å skrive vitenskapelige artikler og lærebokkapitler om arbeid med vertikale tavler.

Vi vil observere en matematikktime i hver av klassene som deltar fra din skole nå før jul. I tillegg ønsker vi å intervju noen elever og deg som er lærer. Prosjektet varer fra 2023 til 2030. Vi vil gjøre opptak på minst en skole per år i de første fem årene.

Vi ønsker at noen få opptak frigjøres for bruk i undervisningen i lærerutdanningene ved Institutt for lærerutdanning og skoleforskning. Dette vil vi be om i etterkant av observasjonene, og vi vil gi et eget samtykkebrev til de personene som er filmet. Dersom du får spørsmål om å frigjøre et opptak du er på, kan du si nei til det dersom du ikke ønsker at vi skal bruke opptak av deg i lærerutdanningen.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning (ILS) ved Universitetet i Oslo er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får spørsmål om å delta fordi du eller skolen din har erfaring eller ønsker å ta i bruk med undervisningsmetoden «vertikale tavler»



Postadresse: ILS, Pb. 1099, Blindern, 0317 Oslo
E-post: g.a.nortvedt@ils.uio.no www.ils.uio.no

I løpet av en periode på fem år vil vi henvende oss til minst en skole per år for deltakelse i prosjektet. Skolene velges ut fordi de bruker eller ønsker å starte med metoden «vertikale tavler». Vi ønsker skoler med både kort og lang erfaring med metoden, og fra ulike deler av Norge. Til sammen håper vi å rekruttere ti skoler i løpet av prosjektperioden. Det vil innebære at mellom 10 og 20 lærere og skoleklasser deltar.

Skolens ledelse har gitt oss tillatelse til å kontakte deg og til at vi gjennomfører prosjektet på din skole.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at vi gjør videopptak av en matematikktime. I tillegg ønsker vi å gjennomføre ett eller to intervjuer med deg.

I intervjuet vil vi stille deg spørsmål om bakgrunnen din (utdanning i matematikk og undervisningserfaring) og erfaring med metoden vertikale tavler. I tillegg vil vi spørre deg om hvilke refleksjoner du har om metoden læring, tilpasning av undervisning og vurdering. Dersom du ønsker det, kan du få se intervjuguiden før du samtykker til intervju ved å kontakte Guri A. Nortvedt.

Det er mulig vi vil be deg om et oppfølgingsintervju der vi stiller konkrete spørsmål om timen vi observerer. Dette vil i så fall være et intervju der vi viser deg bilder eller korte klipp av ting som skjer i undervisningen og så vil vi drøfte disse med deg og lytte til dine vurderinger og refleksjoner.

Intervjuet/ene vil bli filmet.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli

slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Vi ønsker også å samarbeide med deg om organiseringen av undervisningsøkten slik at det legges til rette for at elever som ikke ønsker å delta i forskningsprosjektet kan gjennomføre aktivitetene i undervisningen på vanlig måte, for eksempel ved at de arbeider i et annet rom enn der vi gjør video-opptak. Ut over dette ønsker vi ingen innflytelse eller medvirkning til undervisningsplanleggingen eller gjennomføringen. Vi ønsker å observere undervisningen slik du hadde gjennomført den, dersom vi ikke hadde gjort videoobservasjon.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Disse personene vil ha tilgang til dataene dine (videopptak): Prosjektleder og prosjektgruppen. Prosjektgruppene består av ansatte ved ILS og masterstudenter i Lektorprogrammet.
- Videoene vil lagres på et eget område på universitetets servere som bare prosjektmedlemmer har tilgang til. Det vil være tofaktor-pålogging. Når masterstudenter leverer masteroppgaven sin, mister de tilgangen til området. Det samme gjelder dersom en tilsatt slutter i sin stilling eller trekker seg fra prosjektet.
- Når noen i prosjektgruppen skal analysere eller se på videoer, må de gjøre det på et kontor på ILS.
- Samtykkebrevene oppbevares i låst skap på prosjektleders kontor.
- Navnet ditt og navnet på skolen din vil erstattes med en kode i alt datamateriell.
- Det vil ikke være mulig å kjenne deg igjen i publikasjoner eller masteroppgaver.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?

Prosjektet vil etter planen avsluttes 31. oktober 2030. Etter prosjektslutt vil datamaterialet med dine personopplysninger slettes. Videoklipp som skal brukes i undervisning vil lagres på en server på

Universitetet i Oslo med adgangskontroll. Opptakene kan brukes til undervisning i ti år etter opptak, etter dette slettes de.

Det er kun medlemmer av prosjektet (ansatte og masterstudenter) som vil ha tilgang til dine personopplysninger (video-opptak). Vi vil ikke gi andre forskere tilgang til dataene eller bruke dem til andre formål enn behandlingen for dette prosjektet.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke. På oppdrag fra Universitetet i Oslo har Sikt – Kunnskapssektorens tjenesteleverandør vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- ILS, Universitetet i Oslo ved Guri A. Nortvedt, telefon 913 20 460, guri.nortvedt@ils.uio.no
- Vårt personvernombud: Roger Markgraf-Bye, personvernombud@uio.no

Hvis du har spørsmål knyttet til vurderingen som er gjort av personverntjenestene fra Sikt, kan du ta kontakt via:

- Epost: personverntjenester@sikt.no eller telefon: 73 98 40 40.

Med vennlig hilsen

Guri A. Nortvedt

Prosjektansvarlig

Professor i matematikkdiridaktikk

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, Universitetet i Oslo

913 20 460/ guri.nortvedt@ils.uio.no

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Problemløsning og utforsking med vertikale tavler: Bygge tenkende klasserom*, og har fått anledning til å stille spørsmål.

Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i videoobservasjon
- ☐ å delta i intervju

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

-

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Du kan levere samtykkeerklæringen din digitalt ved å bruke lenken eller QR-koden nedenfor:

<https://nettskjema.no/a/381179>



Vedlegg 3 – Meldeskjema Sikt



[Meldeskjema](#) / [Problemløsning og utforsking med vertikale tavler: Bygge tenkende klasserom](#) / Eksport

Meldeskjema

Referansenummer

374575

Hvilke personopplysninger skal du behandle?

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- E-postadresse, IP-adresse eller annen nettidentifikator
- Bilder eller videoopptak av personer
- Lydopptak av personer

Prosjektinformasjon

Tittel

Problemløsning og utforsking med vertikale tavler: Bygge tenkende klasserom

Sammendrag

I dette prosjektet ønsker vi å undersøke hvordan lærere og elever i grunn- og videregående skole opplever å arbeide med problemløsning og utforsking i matematikk. Skolene som deltar i prosjektet, arbeider allerede med metoden "vertikale tavler" eller ønsker å utforske denne metoden. Forskningen vil fokusere på elevenes problemløsningsprosess, gruppedynamikk og gruppedialoger, elevenes oppfatning av arbeidsmetoden og matematikk samt deres motivasjon for matematikk. I tillegg vil vi undersøke hvordan på lærere oppfatter av metoden, deres tanker og holdninger knyttet

til matematikkundervisning, hvordan de tilrettelegger for elevenes læring og vurdering når klassen arbeider med vertikale tavler.

Prosjektet vil gi verdifull innsikt i en ny arbeidsmetode i norske matematikklapperom.

Prosjektet har en tidsramme på sju år. Det vil involvere flere skoler og flere klasser (med elever og lærere). Data som samles inn vil gjøres tilgjengelig for masterstudenter som knyttes til prosjektet.

Dersom personopplysningene skal behandles til andre formål enn behandlingen for dette prosjektet, beskriv hvilke

En rekke tilsatte og masterstudenter ved Institutt for lærerutdanning og skoleforskning vil knyttes til prosjektet i løpet av de neste sju årene. Personopplysninger som samles inn gjennom video fra klasseromsundervisning og intervjuer vil gjøres tilgjengelige for studentenes masteroppgaver i tillegg til at de brukes i forskningsartikler som skrives av prosjektmedlemmer alene eller i samarbeid med masterstudentene.

Hvorfor er det nødvendig å behandle personopplysningene?

For å kunne studere fenomener som undervisning og læring er det nødvendig å "fange" disse prosessene slik de opptrer naturlig. Dette kan vi kun oppnå ved å gjøre opptak av matematikkundervisning.

Ekstern finansiering

Ikke utfyllt

Type prosjekt

Forskerprosjekt

Behandlingsansvar

Behandlingsansvarlig

institusjon

Universitetet i Oslo / Det utdanningsvitenskapelige fakultet / Institutt for lærerutdanning og skoleforskning

Prosjektansvarlig

(vitenskapelig

**ansatt/veileder eller
stipendiat)**

Guri A. Nortvedt, guri.nortvedt@ils.uio.no, tlf: 91320460

**Skal behandlingsansvaret deles med andre institusjoner (felles
behandlingsansvarlige)?**

Nei

Utvalg 1

Beskriv utvalget

Elever i grunn- og videregående skole

Beskriv hvordan rekruttering eller trekking av utvalget skjer

Prosjektet vil bruke hensiktsmessige utvalg. Skoler som arbeider med metoden "vertikale tavler" eller som ønsker å komme i gang med denne metoden rekrutteres gjennom rektor/matematikklærer/fagansvarlig. Videre rekrutteres klasser ved å kontakte matematikklærer. Alle elever (evt elevers foresatte) får egen orientering og gir selv samtykke til deltagelse. Elevenes arbeid med problemløsning og utforskning i gruppe vil observeres ved hjelp av videoobservasjon. Dette er hovedmetoden i prosjektet. I tillegg vil enkeltelever og grupper av elever velges ut til dybdeintervju basert på observasjoner av elevenes problemløsning og utforskning.

Alder

13 - 20

Hvilke personopplysninger skal du behandle for utvalg {{i}}? 1

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Bilder eller videoopptak av personer Lydopptak av personer
- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 1?

Ikke-deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år? Foreldre/foresatte

Hvem samtykker for ungdom 16 og 17 år? Ungdom

Personlig intervju

Vedlegg

[Intervjuguide.docx](#)

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år?

Foreldre/foresatte

Hvem samtykker for ungdom 16 og 17 år?

Ungdom

Gruppeintervju

Vedlegg

[Intervjuguide gruppeintervju elever.docx](#)

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år? Foreldre/foresatte

Hvem samtykker for ungdom 16 og 17 år? Ungdom

Informasjon for utvalg 1

Informerer du utvalget om behandlingen av personopplysningene?

Ja

Hvordan informeres utvalget?

Skriftlig (papir eller elektronisk)

Informasjonsskriv

[Vertikale tabler samtykke elev.docx](#)

Utvalg 2

Beskriv utvalget

Lærere i grunn- og videregående skole.

Beskriv hvordan rekruttering eller trekking av utvalget skjer

Prosjektet vil bruke hensiktsmessige utvalg. Skoler som arbeider med metoden "vertikale tavler" eller som ønsker å komme i gang med denne metoden rekrutteres gjennom rektor/matematikklærer/fagansvarlig. Videre rekrutteres klasser ved å kontakte matematikklærer. Alle elever (evt elevers foresatte) får egen orientering og gir selv samtykke til deltagelse. Lærere mottar informasjon og må selv gi samtykke til deltagelse.

Lærere intervjues individuelt, men dersom vi har flere lærere som underviser samme klasse eller lærere på en skole som samarbeider nært, kan det være aktuelt å heller gjøre et gruppeintervju. Samme intervjuguide brukes i begge tilfeller.

Alder

24 - 70

Hvilke personopplysninger skal du behandle for utvalg {{i}}? 2

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- E-postadresse, IP-adresse eller annen nettidentifikator
- Bilder eller videoopptak av personer Lydopptak av personer
-

Hvordan samler du inn data fra utvalg 2?

Personlig intervju

Vedlegg

[Intervjuguide lærer.docx](#)

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Ikke-deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Gruppeintervju

Vedlegg

[Intervjuguide lærer.docx](#)

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Informasjon for utvalg 2

Informerer du utvalget om behandlingen av personopplysningene?

Ja

Hvordan informeres utvalget?

Skriftlig (papir eller elektronisk)

Informasjonsskriv

[Vertikale tabler samtykke lærer.docx](#)

Tredjepersoner

Skal du behandle personopplysninger om tredjepersoner?

Nei

Dokumentasjon

Hvordan dokumenteres samtykkene?

- Elektronisk (e-post, e-skjema, digital signatur)
- Manuelt (papir)
- Muntlig

Beskriv

Informert samtykke hentes inn fra alle deltagere før videoobservasjon tar til. Samtykkene (i form av signerte papir-brev) oppbevares i låst skap på prosjektleders kontor.

Hvordan kan samtykket trekkes tilbake?

Samtykke kan trekkes tilbake ved å kontakte prosjektleder via epost eller telefon.

Dersom en deltaker ønsker å trekke tilbake samtykket i forbindelse med et intervju for

eksempel, kan det gis beskjed der og da til den av prosjektdeltakerne som leder intervjuet. I slike tilfeller noterer prosjektdeltaker navn og kontaktinformasjon og leverer til prosjektleder. Prosjektleder bekrefter siden til deltaker av prosjektet har registrert at samtykke er trukket tilbake.

Hvordan kan de registrerte få innsyn, rettet eller slettet personopplysninger om seg selv?

Prosjektdeltakere (registrerte) kan kontakt prosjektleder per telefon eller epost for å få innsyn, rette eller slette personopplysninger om seg selv. Fordi en stor del av data er videodata som også omfatter andre personer, vil innsyn kreve at prosjektdeltaker møter på prosjektleders kontor for å se gjennom materiale der.

Totalt antall registrerte i prosjektet

100-999

Tillatelser

Skal du innhente følgende godkjenninger eller tillatelser for prosjektet?

Ikke utfyllt

Behandling

Hvor behandles personopplysningene?

- Maskinvare tilhørende behandlingsansvarlig institusjon
- Mobile enheter tilhørende behandlingsansvarlig institusjon

Hvem behandler/har tilgang til personopplysningene?

- Prosjektansvarlig
- Interne medarbeidere
- Student (studentprosjekt)
- Andre med tilgang til opplysningene

Andre som har tilgang til personopplysningene

Masterstudenter ved Institutt for lærerutdanning og skoleforskning vil ha tilgang til personopplysninger de skal bruke til sine masteroppgaver.

Tilgjengeliggjøres personopplysningene utenfor EU/EØS til en tredjestat eller internasjonal organisasjon?

Nei

Sikkerhet

Oppbevares personopplysningene atskilt fra øvrige data (koblingsnøkkel)?

Ja

Hvilke tekniske og fysiske tiltak sikrer personopplysningene?

- Opplysningene krypteres under forsendelse
- Opplysningene krypteres under lagring
- Endringslogg
- Flerfaktorautentisering
- Adgangsbegrensning

Varighet

Prosjektperiode

15.08.2023 - 31.10.2030

Hva skjer med dataene ved prosjektslutt? Data slettes (sletter rådataene)**Vil de registrerte kunne identifiseres (direkte eller indirekte) i oppgave/avhandling/øvrige publikasjoner fra prosjektet?** Nei

Tilleggsopplysninger

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning utdanner matematikklærere for grunn- og videregående skole. Dette prosjektet vil bidra til å bedre vår undervisning om problemløsning og utforsking. For å kunne styrke undervisningen er det aktuelt å velge ut noen få opptak som, etter innhentet samtykke, frigjøres for undervisning ved institusjonen i Lektorutdanningen og i PPU-utdanningene i matematikkdiraktikk-kurs. At noen videoklipp frigjøres vil innebære at undervisere i disse programmene vil ha tilgang til et lite "bibliotek" med videoklipp. Det er ønskelig at de samme klippene kan brukes i forbindelse med forskningspresentasjoner, for eksempel på konferanser. Klippene vil ikke brukes i undervisning som streames, kun i fysiske presentasjoner. Utkast til samtykke til dette er lastet opp som egen fil.

Andre vedlegg

[Vertikale tabler samtykke videoklipp til undervisning.docx](#)

Vedlegg 4 – Intervjuguide 1

Minne om: Formål med studien, rett til å trekke seg, ikke nevne navn på tredjepart (medelever, lærere)

Tema 1: Bakgrunnsinformasjon?

Kan du fortelle meg litt om bakgrunnen din i matematikk og matematikdidaktikk (utdanning og etterutdanning) og undervisningserfaring (nivå, antall år og tilsvarende)?

Tema 2: Erfaringer med og syn på matematikkundervisning

Kan du fortelle meg litt om hva du synes om matematikk og matematikkundervisning?

Har du alltid tenkt det samme? Hvis det var annerledes da du selv var elev eller student, kan du fortelle meg hva som er ulikt og hvorfor du har endret mening?

Tema 3: Erfaring med Vertikale tavler

Kan du fortelle meg litt om hvilken erfaring du har med denne undervisningsmetoden?

Har du brukt vertikale tavler tidligere? Hvis ja: under hvor lang tid?

Har du fått støtte fra andre lærere som har brukt metoden tidligere?

Hva liker du/liker du ikke?

Når føler du at du lykkes med metoden?

Hvordan synes du det er at elevene arbeider i gruppe? (inndeling homogen/hetrogen, samarbeid, faglig sterke vs faglig svake elever, elevenes motivasjon, utholdenhet)

Hva er din intensjon/ ditt mål med vertikale tavler?

Hvordan velger du oppgavene de får?

Hvor ofte bruker dere metoden?

Kan du fortelle oss litt om hvordan du veileder elevene mens de arbeider med oppgavene?

Hva synes du om vertikale tavler sammenliknet med andre undervisningsmetoder?

Hvordan ser du på relasjonen mellom tavler og undervisningen?

Hva gjør du når elevene spør om de gjort ting riktig eller spør om hjelp?

- Hvordan tenker du rundt det å veilede, gi hint og tilbakemeldinger underveis i arbeidet med vertikale tavler?

[direkte spørsmål om episoder fra undervisningen]: når du ber gruppene om å løse oppgaven på en spesifikk måte, hvorfor? (er det for å fremheve en type løsning eller for gi mer utfordring?)

Hvordan velger du tavler til oppsummeringen?

Tema 4: Vurdering i matematikk

Kan du fortelle meg om hvordan elevene vanligvis vurderes i matematikk (formativ og summativ)?

Hva liker du/liker du ikke?

Når synes du at de får vist best hva du kan?

Vedlegg 5 – Intervjuguide 2 - Differensiering

Differensiering i matematikk

Hva legger du i differensiering?

Er det noe med metoden som gjør det enklere eller vanskeligere å differensiere?

- Har du noen refleksjoner rundt hva som er frustrerende eller verdifullt

Hva gjør du for å tilpasse undervisningen din til (den faglige) variasjonen i klassen, før eller underveis i økten?

Gjør du noe spesielt med elever som ikke jobber eller deltar over lengre tid?

- Er det evt. vanskelig å oppdage?

Deler du inn i grupper på en spesifikk måte, gjør du noen tilpasninger her?

Er det noen fellesnevner ved oppgavene du typisk velger ut til utforskende undervisning? Hvilke? Har andre lærere samme opplevelse av disse oppgavene?

Har du gjort noen tilpasninger av oppgavene til klassen din i forhold til slik de var opprinnelig?

Opplever du at disse (ditt utvalg) oppgavene kan gi et faglig utbytte for alle elevene i klassen?

Har du på forhånd av en utforskende undervisnings økt gjort deg noen tanker om hvilke spørsmål som kan komme, og hva du skal svare på; i så fall hvilke?

Hvis elever står helt fast, hva gjør du for å hjelpe dem videre med problemet?

Har du noen tanker om hvordan du gjennomfører konsolidering?

Er det noen ytre faktorer som påvirker hvilke oppgaver dere velger ut til undervisningen? I så fall; på hvilken måte?