



Institutt for lærerutdanning og skoleforskning
Det utdanningsvitenskapelige fakultet, Universitetet i Oslo

TIMSS 2023 Temarapport

*Jelena Radišić
Andreas Pettersen*



Vil du sitere denne temarapporten?

Radišić, J. & Pettersen, A. (2026). TIMSS 2023 Temarapport.
Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, Universitetet i
Oslo.



TIMSS 2023 Temarapport

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning
Det utdanningsvitenskapelige fakultet, Universitetet i Oslo

2026

FORORD

Denne temarapporten er laget for lærere og lærerstudenter som ønsker å vite mer om hva TIMSS-resultatene kan fortelle oss om elevenes matematikkforståelse, og hvordan denne innsikten kan være til nytte i matematikkundervisningen. Målet er å gjøre undersøkelsen mer relevant for norsk skolehverdag ved å vise hvordan rammeverkene og resultatene fra TIMSS kan bidra til refleksjon og utvikling av undervisningspraksis. Vi trekker fram sentrale elementer i TIMSS-undersøkelsen og drøfter hvordan disse kan omsettes til konkrete grep i planlegging og gjennomføring av matematikkundervisningen.

Et hovedfokus i rapporten er algebra. Arbeid med algebra hjelper elevene å oppdage mønstre, se sammenhenger og tenke mer abstrakt og logisk. Samtidig gir det dem verktøy til å forstå og håndtere komplekse problemer – ikke bare i matematikk, men også i naturfag, teknologi og andre fagområder. En solid forståelse av algebra legger dermed et viktig grunnlag for videre læring og mestring i hele skoleløpet.

I en dybdestudie av resultatene fra TIMSS 2023 er norske elevers besvarelser på noen av algebraoppgavene i undersøkelsen analysert. I den siste delen av denne rapporten ser vi på hvordan ulike typer elevsvar og misoppfatninger kan brukes som en verdifull ressurs i undervisningen. Slike elevbesvarelser gir innsikt i hvordan elevene tenker og resonnerer, og kan danne utgangspunkt for faglige samtaler, refleksjon og utforskning i klasserommet. På denne måten åpnes det for læringssituasjoner der elevene kan utvikle dypere forståelse og utvikle strategier for problemløsning.

Oslo, januar 2026

Jelena Radišić og Andreas Pettersen



HVA ER TIMSS?

TIMSS står for Trends in International Mathematics and Science Study og studien gjennomføres hvert fjerde år. Undersøkelsen måler elevenes kompetanser i matematikk og naturfag og gir informasjon om hvordan norske elever presterer sammenlignet med andre land og hvordan resultatene endrer seg over tid. Norge har deltatt i alle runder siden 1995, bortsett fra i 1999. Siden 2015 har det vært elever på 5. og 9. trinn som deltar i Norge.

Hvordan fungerer målingen?

Resultatene settes på en skala som ble etablert i 1995, med gjennomsnittet på 500 poeng og standardavvik på 100. Dette gjør det mulig å følge utviklingen over tid (trend). Skalaen er delt inn i fire nivåer:

Avansert nivå:	625 poeng og over
Høyt nivå:	550–624 poeng
Middels høyt nivå:	475–549 poeng
Lavt nivå:	400–474 poeng

På timss.no finner du beskrivelser av hva elevene mestrer på hvert nivå, samt eksempler på oppgaver.

Hva slags oppgaver får elevene?

TIMSS-undersøkelsen består av omtrent 200 oppgaver i matematikk og naturfag på hvert av trinnene. Elevene får ulike sett med oppgaver, omtrent 25–30 oppgaver i hvert fag. Til sammen dekker oppgavene hele læreplanens innholdsområder og gir et bredt bilde av elevenes kompetanse. Oppgavene elevene møter varierer i vanskelighetsgrad, og hvert sett er utformet slik at man kan se både hva elevene får til og hvor de møter utfordringer, og hva de strever med.

Hvordan trekkes elevene ut?

I TIMSS trekkes det ut først et utvalg skoler, deretter hele klasser (maksimalt to per skole). I TIMSS 2023 utgjorde elevene som deltok omtrent 8–9 % av alle elever på 5. og 9. trinn i Norge. På verdensbasis deltok elever fra 64 land.

Hva betyr poengsummene?

I likhet med alle andre tester og målinger har også TIMSS en viss usikkerhet knyttet til resultatene. For eksempel hadde norske 5.-klassinger i matematikk i gjennomsnitt 531 poeng i TIMSS 2023, med en usikkerhet på ± 4 poeng. Det betyr at det reelle gjennomsnittet mest sannsynlig ligger mellom 527 og 534 poeng. Når vi sammenligner land, regnes forskjeller på mer enn 7–9 poeng som statistisk sikre (signifikante).

Hvorfor er TIMSS viktig?

TIMSS gir verdifull kunnskap om hvordan norske elevers kompetanse i matematikk og naturfag endrer seg over tid, og hva som kjennetegner undervisning som fremmer læring. Resultatene brukes som en del av kunnskapsgrunnlaget for å utvikle og forbedre norsk skole, og for å sammenligne norsk skole med utdanningssystemene i andre land.



Tall
Algebra
Geometri og målinger
Statistikk og sannsynlighet

Matematikk i TIMSS





Rammeverk og oppgaver i TIMSS

I TIMSS brukes det egne rammeverk som beskriver **hvilke kunnskaper og ferdigheter elevene skal testes i**. Rammeverkene er delt inn i ulike fagområder, og hvert område er tydelig definert og forklart. Det finnes egne rammeverk for matematikk på barnetrinnet og ungdomstrinnet, og tilsvarende for naturfag. Målet er at disse rammeverkene skal ligge så nært som mulig opp til læreplanene i de landene som deltar, slik at oppgavene blir relevante for elevenes skolehverdag.

Visste du at ...

TIMSS-rammeverkene kan brukes som en nyttig ressurs for lærere? De gir en oversikt over hvilke kunnskaper og ferdigheter som vektlegges internasjonalt, og kan dermed bidra til å se egen undervisning i lys av både læreplanen og hva elever i andre land møter.

I TIMSS skal oppgavene ikke bare teste fagkunnskap, men også stille ulike **kognitive krav** til elevene. Derfor deles oppgavene inn i tre kategorier: **å kunne, å anvende og å resonnerer**.

Alle oppgavene utvikles i samarbeid mellom deltakerlandene og internasjonale ekspertgrupper i matematikk og naturfag. Norge er med i disse gruppene, og bidrar blant annet til arbeidet med matematikkoppgaver og spørreskjema.

Før oppgavene blir endelige, prøves de ut på store elevgrupper i mange land. Resultatene analyseres grundig, slik at bare de beste og mest relevante oppgavene tas med videre.

Et viktig mål er at oppgavene skal passe til læreplanene i de fleste deltakerland, ha ulik vanskelighetsgrad, og gi **alle elever mulighet til å vise hva de kan**.

Passer TIMSS-oppgavene i matematikk for norske elever?

Ja – oppgavene i TIMSS er nøye vurdert opp mot den norske læreplanen i matematikk. Før hver gjennomføring går fagpersoner ved Matematikksenteret, i samarbeid med prosjektgruppen ved Universitetet i Oslo, gjennom alle oppgavene for å se om de samsvarer med innholdet i læreplanen. I tillegg vurderes de mest brukte lærebøkene på barnetrinnet og ungdomstrinnet, slik at vi kan være sikre på at oppgavene oppleves som relevante for norske elever.

Hvis en oppgave ligger utenfor læreplanen, blir den markert som «utenfor». Disse vurderingene sendes videre til det internasjonale studiesenteret, som regner ut egne resultater der bare oppgaver som passer med norsk læreplan er inkludert. For Norge har dette vist seg å ha liten betydning: resultatene i matematikk blir de samme, enten vi regner med alle oppgavene eller bare de som er i tråd med læreplanen.

TIMSS-oppgavene i matematikk passer godt for norske elever, og resultatene gir et pålitelig bilde av elevenes kompetanse.

		TIMSS 2019	TIMSS 2023
Matematikk	5. trinn	90 %	71 %
	9. trinn	94 %	95 %

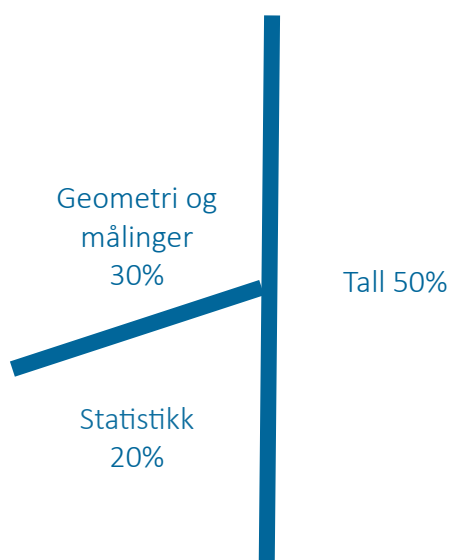
Tabell 1. Prosentandel oppgaver i TIMSS 2019 og 2023 som er dekket av læreplanen i Norge.



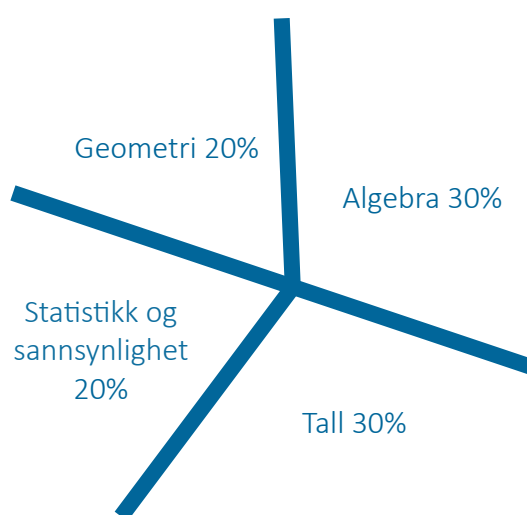
Mer om rammeverket for matematikk

På barnetrinnet er rammeverket for matematikk delt i tre emneområder: Tall, Geometri og målinger og Statistikk. På ungdomstrinnet er faginnholdet fordelt på Tall, Algebra, Geometri og Statistikk og sannsynlighet. I oversikten nedenfor vises den prosentvise fordelingen av oppgaver på de ulike emneområdene i undersøkelsen. En mer detaljert beskrivelse av rammeverkene i matematikk finnes på timss.no.

Rammeverket for barnetrinnet



Rammeverket for ungdomstrinnet



Kort oversikt: kognitive områder og fordeling av matematikkoppgaver

Prosentandelene nedenfor viser hvor stor del av matematikkoppgavene i undersøkelsen som er laget for å utfordre elevene innen de tre kognitive kategoriene: å kunne, å anvende kunnskap og å resonnerer.

	5. trinn	9. trinn
Å kunne innebærer å huske fakta, gjenkjenne objekter og uttrykk, beherske de fire regneartene for heltall, brøker og desimaltall, hente informasjon fra tabeller og diagrammer, måle og klassifisere.	40 %	35 %
Å anvende innebærer å bruke kunnskapene og ferdighetene sine til å velge metoder og strategier, representere informasjon, modellere situasjoner, følge instruksjoner og løse rutinebaserte problemer.	40 %	40 %
Å resonnerer innebærer å tenke logisk og systematisk, analysere situasjoner og sammenhenger, generalisere resultater, kombinere informasjon, begrunne påstander og løse problemer som ikke er rutinepreget.	20 %	25 %

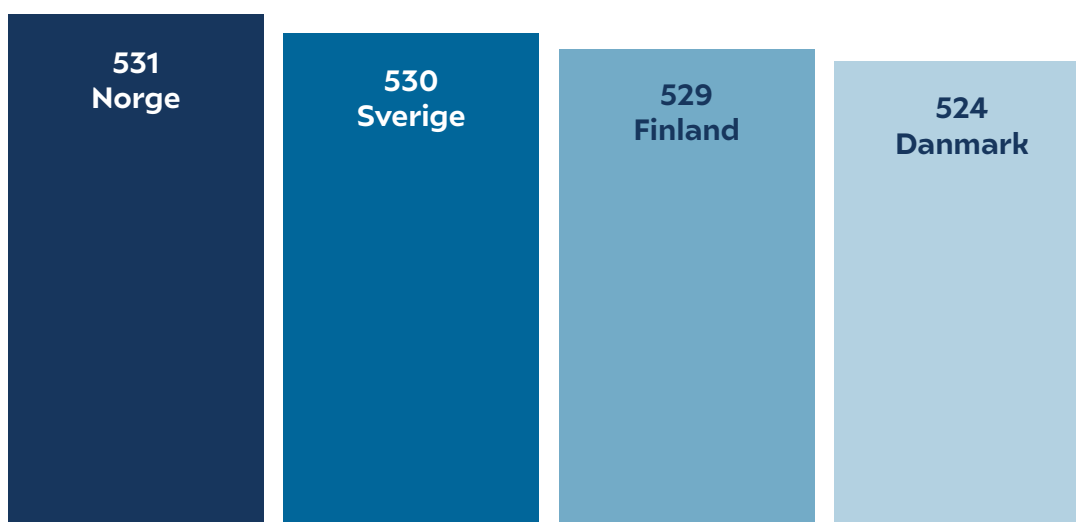


Prestasjoner i matematikk, barnetrinnet

Elevenes prestasjoner i matematikk beregnes ut fra deres svar på et sett med oppgaver. I TIMSS 2023 er det inkludert 187 oppgaver for elevene på barnetrinnet. Disse oppgavene fordeles på 14 mindre oppgavesett. Hver elev får ett oppgavesett og 36 minutter til å løse oppgavene i settet.

I figur 1 vises de nordiske elevenes gjennomsnittlige poengsum i matematikk på barnetrinnet. Den gjennomsnittlige poengsummen i matematikk for de norske elevene på 5. trinn er **531** poeng. Denne poengsummen er ikke signifikant forskjellig fra poengsummene for de svenske og finske elevene, men den er over de danske.

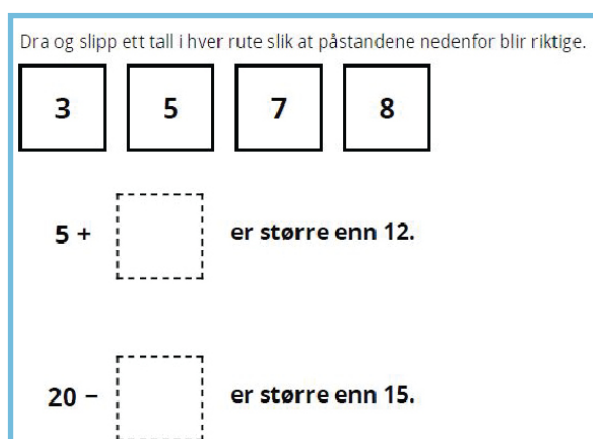
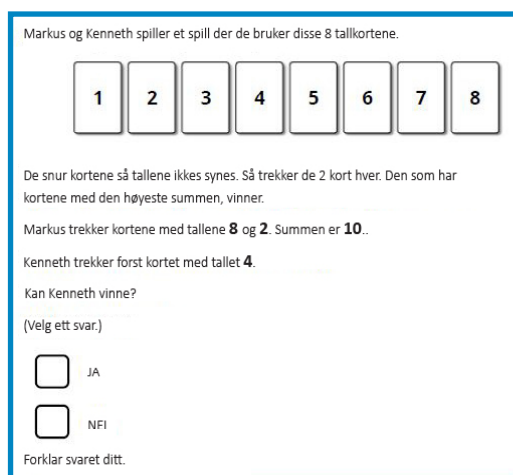
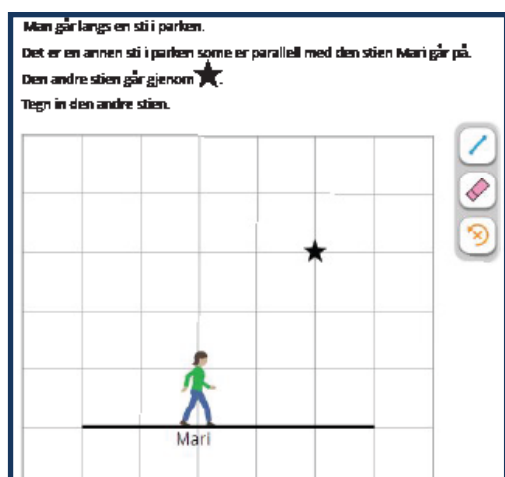
For å beskrive elevenes kompetanse, deles måleskalaen i TIMSS inn i flere kompetansenivåer. I figur 2 vises prosentandelen norske elever på hvert av de definerte kompetansenivåene. Figuren viser også eksempler på oppgaver som elevene på de ulike nivåene mestrer.



Figur 1. Gjennomsnittlig poengsum i matematikk for de nordiske elevene på barnetrinnet i TIMSS 2023.

På timss.no finner du alle eksempeloppgavene i full størrelse og en beskrivelse av elevenes kompetanse for hvert nivå.

Eksempeloppgaver og andel elever per kompetansenivå



Andel elever på hvert kompetansenivå

10 %

31 %

36 %

18 %

5 %

Poeng

Avansert nivå

625

Høyt nivå

550

Middels høyt nivå

475

Lavt nivå

400

Under lavt nivå

Figur 2. Til venstre: Eksempeloppgaver, fra øverst til nederst, for avansert, høyt og middels høyt kompetansenivå. Til høyre: Andel norske barnetrinnselever per kompetansenivå i TIMSS 2023.

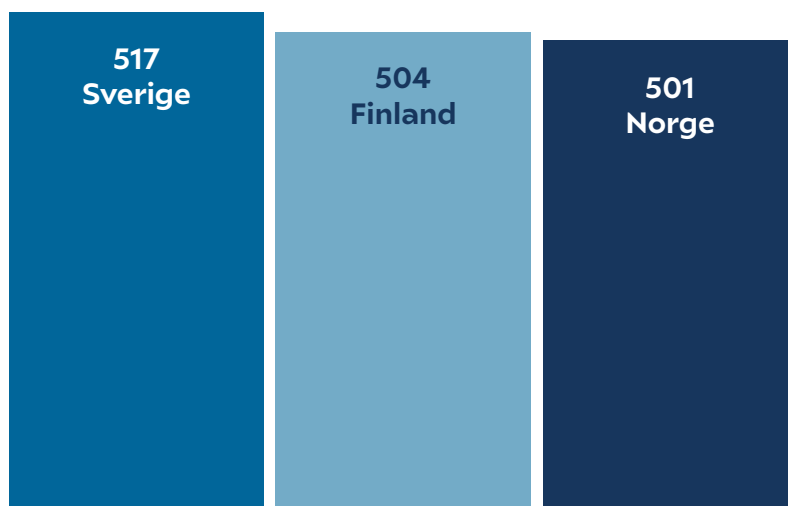


Prestasjoner i matematikk, ungdomstrinnet

I TIMSS 2023 er det inkludert 204 oppgaver for elevene på ungdomstrinnet. Disse oppgavene fordeles på 14 mindre oppgavesett. Hver elev får ett oppgavesett og 45 minutter til å løse oppgavene i settet.

I figur 3 vises de nordiske elevenes gjennomsnittlige poengsum i matematikk på ungdomstrinnet. Den gjennomsnittlige poengsummen i matematikk for de norske elevene på 9. trinn er **501** poeng. Sammenliknet med de andre nordiske elevenes prestasjoner, presterer de norske og finske elevene på samme nivå, mens de svenske presterer signifikant over.

For å beskrive elevenes kompetanse, deles måleskalaen i TIMSS inn i flere kompetansenivåer. I figur 4 vises prosentandelen norske elever på hvert av de definerte kompetansenivåene. Figuren viser også eksempler på oppgaver som elevene på de ulike nivåene mestrer.



Figur 3. Gjennomsnittlig poengsum i matematikk for de nordiske elevene på ungdomstrinnet i TIMSS 2023.

På timss.no finner du alle eksempeloppgavene i full størrelse og en beskrivelse av elevenes kompetanse for hvert nivå.

Eksempeloppgaver og andel elever per kompetansenivå

X er **proporsjonal** med y .
Fullfør tabellen.

x	y
6	4
	2
12	

$3x + 4y = 13$
 $2x - y = 5$
Finn verdiene av x og y som gjør begge likningene sanne.

$x =$

$y =$

P og Q er tall på en tallinje.

Hvilket punkt svarer til verdien av $P \bullet Q$?

☐ A A

☐ B B

☐ C C

☐ D D

Andel elever på
hvert kompetansenivå

6 %

23 %

34 %

25 %

12 %

Poeng

Avansert nivå

625

Høyt nivå

550

Middels høyt nivå

475

Lavt nivå

400

Under lavt nivå

Figur 4. Til venstre: Eksempeloppgaver, fra øverst til nederst, for avansert, høyt og middels høyt kompetansenivå. Til høyre: Andel norske ungdomstrinnselever per kompetansenivå i TIMSS 2023.

Et nærmere blikk på algebra





Hvorfor er algebra viktig?

Kunnskaper og ferdigheter i algebra er en viktig del av matematisk kompetanse og omtales ofte som en «portvokter», fordi den er avgjørende for å mestre mer avansert matematikk (Filer & Chang, 2008; Hunter & Miller, 2022; Lee & Mao, 2021; Star et al., 2015). Algebra henger tett sammen med andre områder innenfor matematikk, som geometri og trigonometri (Wasserman, 2016). Kunnskaper og ferdigheter i algebra er derfor viktig for å mestre andre matematiske områder.

Overgangen fra aritmetikk, det vil si læren om tall og deres egenskaper, til algebra oppleves som krevende for mange elever. Ved å introdusere algebraisk tenkning tidlig i matematikkopplæringen, kan denne overgangen gjøres lettere, i tillegg til at det kan gi elevene en dypere forståelse av de matematiske strukturene og sammenhengene som ligger til grunn (Cai & Knuth, 2011). Algebraisk tenkning bygger på to sentrale elementer: variabler som generelle og abstrakte enheter, og en strukturell forståelse av algebra. Disse elementene inngår i alle former for algebraaktiviteter, som generalisering, ligninger og funksjoner (Warren et al., 2016).

Algebra er viktig fordi det legger grunnlaget for mer komplekse ideer. Når elever arbeider med symboler og generaliserte begreper, utvikler de evnen til å analysere og løse problemer som ikke kan håndteres med enklere matematiske ferdigheter (Cai et al., 2011; Carpenter & Levi, 2000). Å mestre algebra gjør det dessuten mulig å løse problemer raskere og mer effektivt enn ved bruk av grunnleggende aritmetikk (Grønmo, 2018).

Algebra fungerer også som et felles språk i matematikken og gir mulighet til å uttrykke relasjoner mellom størrelser og variabler på en presis og konsis måte (Grønmo, 2018; Kvasz, 2006). Dette gjør det enklere både å kommunisere matematiske ideer og å løse problemer på tvers av ulike fagområder.





Algebra i læreplanen i Norge

Algebra er en stor del av kjerneelementet «abstraksjon og generalisering» i LK20. Dette betyr at algebra skal være en sentral del av det faglige innholdet i matematikkundervisningen allerede fra 1. trinn (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Hva er «abstraksjon og generalisering»?

«Abstraksjon og generalisering» handler om at elevene gradvis skal utvikle evnen til å formalisere egne tanker, strategier og matematisk språk. De skal lære å håndtere det formelle symbolspråket i matematikk og bruke algebra for å uttrykke sammenhenger (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Dette innebærer at elevene går fra konkrete situasjoner til mer generelle representasjoner og uttrykksformer, der de kan se mønstre, lage regler og beskrive relasjoner mellom størrelser ved hjelp av algebra.

I kompetansemålene finner vi mange mål, fra 2. til 10. trinn, som er knyttet til algebra og «abstraksjon og generalisering».

Inkluderes tidligere i skoleløpet

Algebra har alltid vært en viktig del av matematikkfaget, men det kan se ut til at algebra har fått en mer sentral rolle tidligere i skoleløpet i de to siste læreplanene (LK06 og LK20). I L97 kom algebra først inn på 8. trinn, mens LK06 introduserte «Tall og algebra» allerede i kompetansemålene for 5. – 7. trinn. Samtidig innebar fleksibiliteten i kompetansemålene i LK06 at det i praksis var mulig å vente med algebraundervisningen til 7. trinn.

I strategien Tett på realfag (2015) ble det påpekt at norske elever presterte svakt i algebra, og at de ofte startet senere enn elever i andre land. Med LK20 har algebra fått en tydeligere og tidligere plass: Kjerneelementet «Abstraksjon og generalisering» er innført allerede fra 1. trinn, og kompetansemålene er fordelt på hvert trinn noe som gir lærere mindre fleksibilitet i når ulike temaer skal undervises. Dette kan tyde på et mål om å styrke algebraundervisningen tidlig i skoleløpet.





Elevers kunnskaper og ferdigheter i algebra

Algebra er et område mange elever opplever som krevende. På denne og den neste siden ser vi nærmere på hva forskningen sier om elevenes kunnskaper og ferdigheter i algebra, hvilke utfordringer elevene har med algebra og hvorfor det er viktig å forstå hva elevene strever med.

Typiske utfordringer i algebra

Algebra oppleves ofte som vanskelig for elever, og internasjonal forskning peker på flere typiske utfordringer. De strever med å forstå symboler og konseptet variabel, gjenkjenne og beskrive mønstre, tolke og manipulere algebraiske uttrykk. Overgangen fra konkret regning til abstrakte symboler og representasjoner kan også være krevende, og mange strever med å ta i bruk algebra til å løse problemer. I tillegg er det mange elever som oppfatter algebraiske uttrykk som «utregningsprosesser» og ikke som matematiske objekter.

En av årsakene til at mange opplever det som vanskelig å lære algebra, er knyttet til den tradisjonelle måten undervisningen er bygget opp på, der algebra undervises som et mer eller mindre isolert emne som kommer etter aritmetikk. Dette kan blant annet føre til en mangelfull forståelse av likhetstegnet, som mange elever har, der likhetstegnet forstås som et signal om at «noe skal regnes ut», og ikke som et tegn for ekvivalent relasjon. Elevene kan også ha problemer med å akseptere at matematiske uttrykk kan eksistere uten et likhetstegn, for eksempel $x + 3$, og forstår variabler som manglende tall eller merkelapper,

snarere enn som symboler som kan representere flere verdier. Manglende forståelse av slike grunnbegreper er en stor hindring for videre læring.

Forskning tyder på at også i norsk skole har algebra tidligere blitt undervist som et isolert emne uten tydelig kobling til tallforståelse (Kongelf, 2015). Videre viste resultatene fra TIMSS 2019 og TIMSS 2023 at Norge var blant deltakerlandene med størst forskjell mellom de generelle matematikkresultatene og resultatene i algebra (von Davier et al., 2024; Mullis et al., 2020), og studier av elevsvar avdekker utfordringer med symbolmanipulasjon og aritmetiske konvensjoner (Pedersen, 2015; Naalsund, 2012). Dette understreker behovet for tidlig innsats og bevisst undervisning som bygger bro mellom aritmetikk og algebra.

Algebra undervises ofte som et isolert tema, noe som kan gjøre det vanskelig for elevene å se sammenhenger mellom tidligere kunnskap og nye konsepter.

Hvorfor er det viktig å forstå hva som er vanskelig for elevene?

Innsikt i elevenes utfordringer gjør det mulig å avdekke og rette opp misoppfatninger, bygge videre på forkunnskaper og støtte utviklingen av dypere forståelse. Dette gir også et bedre grunnlag for å stille gode spørsmål i undervisningen, bruke tydelige representasjoner og veilede elevene på en meningsfull måte.

Dette er spesielt viktig i algebra, siden dette er et område der det finnes mange potensielle utfordringer for elevene som kan hindre læring. Ved å identifisere de konkrete utfordringene elevene har, som for eksempel forståelse av variabler, likhetstegn og andre symboler, forskjellen mellom ligninger og uttrykk, eller generalisering, kan læreren tilpasse undervisningen med utgangspunkt i hva elevene kan fra før.



Feil som læringsmulighet: Hva elevers svar kan fortelle oss

Feil er en naturlig og viktig del av læringsprosessen. Ved å undersøke elevenes feilsvar, får vi verdifull informasjon om elevenes kunnskaper og ferdigheter. Denne informasjonen kan brukes til å tilpasse undervisningen slik at den i større grad bygger på hva elevene kan og ikke kan.

Analyser av elevsvar kan blant annet vise hvor elevene befinner seg faglig, og hjelpe oss med å skille mellom feil som skyldes manglende prosedyrekunnskap og feil som er knyttet til mangelfull forståelse. I algebra er dette særlig relevant fordi elevenes svar kan avsløre manglende forståelse for blant annet symbolbruk, generalisering og bruk av variabler.

Hvordan man bør bruke elevsvar i undervisningen kan variere mellom elevgrupper. Elever med høy faglig kompetanse lærer ofte mest av å analysere feil, mens elever med mindre forkunnskaper kan ha større utbytte av å studere riktige løsninger. Dette understreker viktigheten av å bruke elevsvar aktivt i undervisningen, både riktige og feilaktige svar, som utgangspunkt for refleksjon og læring.

Resultater fra TIMSS viser at norske elever ofte presterer svakere i algebra enn i andre deler av matematikk, noe som peker på behovet for styrket undervisning.



Analyse av elevsvar på en algebraoppgave fra TIMSS

Her skal vi se nærmere på en oppgave fra TIMSS 2023, der elever på 9. trinn skulle gjenkjenne et mønster og formulere et algebraiske uttrykk. Ved å analysere elevenes svar på oppgaven får vi innsikt i ulike typer svar elevene gir og hvordan disse henger sammen med vanlige misoppfatninger blant norske elever.

Oppgaven nedenfor er en av de tre algebra-oppgavene fra TIMSS 2023 som vi undersøkte i studien vår (Pettersen & Radišić, 2025). Dette er et typisk eksempel på en algebraoppgave: Elevene skal gjenkjenne hvordan et mønster utvikler seg, oppgi antall små trekanter i en bestemt figur i rekken (nummer 10 i dette tilfellet), og formulere et generelt uttrykk for antall trekanter i figur n . Denne typen oppgaver finner vi også på tidligere eksamener på 10. trinn. I vår studie undersøkte vi svarene på oppgave B, der elevene skulle skrive et uttrykk. Det som kreves av elevene for å løse oppgaven, kan knyttes til følgende av kompetansemålene i læreplanen

- 6. trinn: «bruke variabler og formler til å uttrykke sammenhenger i praktiske situasjoner»
- 8. trinn: «lage og forklare regneuttrykk med tall, variabler og konstanter knyttet til praktiske situasjoner»
- 8. trinn: «beskrive og generalisere mønstre med egne ord og algebraisk»

I TIMSS 2023 fikk 899 norske elever denne oppgaven. Av disse var det 17,4 % som svarte riktig, mens 48,9 % ga feil svar. I tillegg unnlot 31,2 % av elevene å svare på oppgaven, og 2,4 % nådde ikke fram til den før prøvetiden var ute.

TIMSS
2023

ME72108

● Dette er de tre første figurene i et mønster.

Den neste figuren lages ved å legge til en rad med trekanter på bunnen av figuren før.





Figur 1
Figur 2
Figur 3

A. Fullfør tabellen for figur 10.

Figur	1	2	3	4	10
Antall små trekanter	1	4	9	16	

B. Skriv et uttrykk for antall små trekanter i figur n .

Svar:

TIMSS & PIRLS
BOSTON COLLEGE

Hvordan analyserte vi elevenes svar?

For å få innsikt i hvordan norske elever løste algebraoppgaven fra TIMSS 2023, utviklet vi et eget kodeskjema. Målet med dette skjemaet var å finne ulike typer elevsvar, slik at vi kunne koble dem til bestemte matematiske ferdigheter og utfordringer.

Noen koder ble laget på forhånd, basert på tidligere forskning – for eksempel kode 21, som handler om manglende forståelse av likhetstegnet. Andre koder ble utviklet underveis, etter å ha gått gjennom elevenes faktiske svar. Et eksempel på dette er kode 23, der elevene kun oppgir et tall uten å bruke variabler.

Etter flere runder med utprøvinger, endte vi opp med følgende syv forskjellige koder av elevsvar, to koder for riktige svar (koder 10 og 11) og fem koder for feil svar (koder 20-24).

Riktige svar- kode 10

Riktig matematisk uttrykk formulert med kun symboler og variabler. Eksempler på dette er

- o n^2
- o $n*n$
- o $f(n)=n*n$

Riktige svar- kode 11

Riktig matematisk uttrykk formulert med ord eller en blanding av ord og symboler. Eksempler på dette er

- o «figur nummer gange figur nummer»
- o « $n*n$ =svar»

Blant de norske elevene som hadde svart riktig, havnet de aller fleste i den første kategorien. Blant de som generaliserte uttrykket riktig, var det altså relativt få som formulerte uttrykket med ord

Feilsvar- kode 20

Feil matematisk uttrykk med riktige symboler/variabler. Eksempler på dette er

- o $21n$
- o $n3+2$
- o $5n^2$

Feilsvar- kode 21

Feil matematisk uttrykk med ekstra eller irrelevante variabler, eller en ligning. Eksempler på dette er

- o $N+x$
- o $n=f+2$
- o $n=n*n$

Feilsvar- kode 22

Feil matematisk uttrykk formulert med ord, eller en blanding av ord og symboler. Eksempler på dette er

- o «figur gange figur er lik n »
- o « n ganger er lik n i andre»
- o « n = figur+neste oddetall»

Feilsvar- koder 23 og 24

De to siste kodene (kodene 23 og 24) er svar som er gitt som et tall eller regnestykke (for eksempel «100»), og useriøse og andre typer svar (for eksempel «vet ikke hva figur n står for»).



Hvordan kan vi bruke elevenes riktige svar som et verktøy i algebraundervisningen?

Å analysere riktige og nesten riktige svar i algebra kan gi viktig innsikt i hvordan elevene forstår og bruker det matematiske språket. Riktige svar viser hvordan elevene behersker bruk av symboler, begreper og representasjoner på en presis måte, mens nesten riktige svar kan avdekke utfordringer og uklarheter som peker på behov for videre støtte for å utvikle en mer presis og formell forståelse.

Eksempler på riktige elevsvar (kode 10)

« n^2 »
« $n*n$ »
« $f(n)=n*n$ »

Generalisering og struktur: Kan vi lage et annet mønster med n^2 på en annen måte? (For eksempel et kvadratisk mønster). Hvordan ville et mønster som følger $3n + 2$ sett ut? Hva ville 3 og 2 representere visuelt?

Begrunn og gi argumenter: Hvordan kan du overbevise noen som er usikker om at n^2 er det riktige uttrykket?

Bygge fleksibilitet: Hvis en elev sier $f(n) = n^2$ og en annen sier $f(n) = n*n$, hvordan kan vi forklare at disse betyr det samme?

Ideer til matematikkundervisningen

Utforske betydningen: Flere av dere skrev n^2 som uttrykk. Hva betyr n i dette mønsteret?

Koble ulike representasjoner: Vi har svar som n^2 , $n*n$ og $f(n) = n*n$. Er dette det samme? Hvordan kan vi vite det?

Visualisere med konkrete: Bruk trekantede klosser eller utklippte trekant til å bygge figur 5 eller figur 10. Kan du forklare hvordan denne figuren viser n^2 små trekant?



TIPS: Bruk riktige svar som startpunkt for samtaler, ikke bare som fasit. La elevene sammenligne, forklare og forbedre uttrykkene. Dette gir en dypere forståelse av algebraisk språk og viser at det finnes flere måter å uttrykke det samme på.

Hva er viktig for lærere å vite?

Lærere kan bruke elevenes riktige og nesten riktige svar aktivt i undervisningen som en ressurs for læring. Riktige svar kan løftes frem som gode eksempler på hvordan matematisk språk og begreper brukes korrekt, og kan danne utgangspunkt for diskusjoner om hvorfor en løsning fungerer. Nesten riktige svar gir verdifull innsikt i hvordan elevenes forståelse er i ferd med å ta form, samtidig som de synliggjør små feil eller språklige uklarheter. Ved å analysere slike svar sammen med klassen kan læreren tydeliggjøre hva som skiller presise fra upresise formuleringer, avklare misforståelser og modellere mer korrekt og presis bruk av algebraiske uttrykk. På denne måten blir både riktige og nesten riktige svar sentrale verktøy i arbeidet med å utvikle elevenes matematiske språk og styrke deres forståelse.



TIPS: «Nesten riktige» svar viser at eleven er på god vei til å forstå. Bruk dem som utgangspunkt for å snakke om hvordan vi skriver matematikk, ikke bare hva svaret er. Slik kan elevene lære å bruke et mer presist og tydelig matematisk språk.

Eksempler på svar som er kodet med kode 11

«figur nummer gange figur nummer»
« $n * n = \text{svar}$ »

Ideer til matematikkundervisningen

Undersøk hva eleven egentlig mener: Når du skriver $n * n = \text{svar}$, hva betyr hver del av uttrykket? Hva er n , og hva betyr svar?

Koble til det visuelle mønsteret: Kan du vise hvordan «figur nummer gange figur nummer» henger sammen med antall trekkanter i figur 4 eller figur 10?

Gi situasjonen og la elevene koble uttrykket: Et skolekorps stiller opp i kvadratiske formasjoner, med like mange rader som kolonner. Hvilket uttrykk beskriver antall musikanter? Hvordan henger dette sammen med $n * n$?

Utfordre presisjonen: I uttrykket ditt står det $n * n = \text{svar}$. Kan vi skrive det uten ordet «svar» og likevel vite hva det betyr?

Reflektere over læring: Hvordan hjelper det deg å bruke ord som «figur nummer gange figur nummer» når du skal forklare mønsteret?





Hvordan kan vi bruke elevenes feilsvar som et verktøy i algebraundervisningen?

Å analysere elevenes feilsvar på algebraoppgaver er viktig fordi det gir innsikt i hva de strever med og mulige misoppfatninger blant elevene, som for eksempel at de tolker symboler feil eller bruker begreper upresist. Når læreren undersøker slike svar, blir det lettere å se hvilke deler av det matematiske språket elevene trenger støtte i – noe som er avgjørende for å tilpasse undervisningen og utvikle en dypere forståelse av algebra.

Eksempler på svar som er kodet med kode 20

« $21n$ »
« $n3+2$ »
« $5n^2$ »

Endre og justere uttrykkene

Utforske hvordan små endringer påvirker

betydningen: Hva må til for at $5n^2$ skal passe mønsteret vårt?

Lære elevene å se algebraiske uttrykk som fleksible verktøy som kan justeres og tilpasses ulike situasjoner.

Ideer til matematikkundervisningen

Utforske betydningen av uttrykket

Be elevene forklare tankegangen sin: Hva betyr 21 i uttrykket ditt? Og hva betyr n ? Passer det til situasjonen oppgaven beskriver?

Knytte feil svar til praktiske situasjoner

Feil svar kan brukes aktivt til å vise at uttrykk som er feil i denne oppgaven kan gi mening i andre sammenhenger. Dette kan hjelpe elevene å forstå hva algebraiske uttrykk egentlig representerer.

Bruk uttrykket i en ny kontekst: Selv om $21n$ ikke passer til mønsteret vårt, kan vi finne en situasjon i virkeligheten der $21n$ gir mening? Hva kunne 21 og n stått for da?

Eksempler på kontekst: $3n + 2$: Fredrik kjøper tre pølser per gjest og to til seg selv. Hva betyr 3, n og 2?



TIPS: Feilene med kode 20 og 21 viser at elevene allerede har forstått noe viktig, at algebra handler om å uttrykke sammenhenger med symboler og variabler, men at de ennå ikke har full kontroll over hvordan dette gjøres formelt. Målet er å bygge videre på dette fundamentet ved å rette fokus mot meningen bak uttrykket, ikke bare formen. Slike svar kan brukes som utgangspunkt for når og hvorfor vi bruker variabler og symboler, og hvordan vi kan uttrykke oss mer presist.

TIPS: Feilene med kode 22 viser ofte at eleven har forstått ideen bak oppgaven, men mangler språket for å uttrykke den matematisk. Se på dette som en sjanse til å koble hverdagsprat med algebraisk språk, og vis hvordan symboler kan gjøre ideene klarere og mer presise.

Eksempler på svar som er kodet med kode 21

« $N+x$ »
 « $n = f+2$ »
 « $n = n * n$ »

Eksempler på svar som er kodet med kode 22

«figur gange figur er lik n »
 « n ganger er lik n i andre»
 « $n = \text{figur} + \text{neste oddetall}$ »

Ideer til matematikkundervisningen

Snakke om forskjellen mellom uttrykk og ligninger

Hva er forskjellen mellom $n * n$ og $n = n * n$?

Utforske betydningen av variabler

Når elever skriver $N + x$ eller $n = f + 2$, kan det tyde på en mangell fullforståelse av hva variablene står for. Dette kan brukes til å styrke variabelforståelsen.

Diskuter variablenes betydning: Hva skjer hvis vi bytter ut f med n ? Ville det endret noe?

Koble uttrykk til konkrete situasjoner

Bruk uttrykkene i praktiske sammenhenger: Kan du lage en historie der $f + 2$ beskriver noe konkret?

Hvis $3n + 2$ beskriver antall pølser Fredrik trenger, hva betyr tallene og bokstavene da?

Refleksjon og metakognisjon

Sammenlign og reflekter: Hva gjør $n = n * n$ annerledes enn bare $n * n$?

Reflektere over egen forståelse: Hvorfor tror du noen legger til ekstra bokstaver eller bruker likhetstegnet? Hvordan kan vi unngå det?

Ideer til matematikkundervisningen

Be eleven forklare tanken bak ordene

Hva betyr 'neste oddetall' i uttrykket ditt? Kan vi finne en måte å skrive det på med symboler?

Knytte ulike uttrykk til konkrete mønstre

Kan vi lage figur 5 og bruke det du sier («neste oddetall») for å finne antall trekanter? Hvordan ser det ut i en tabell?

Oversette fra ord til symboler

Hvordan ville du skrevet « n ganger er lik n i andre» hvis du skulle forklart det til noen som ikke snakker norsk, men kan matematikk?

Sammenlikne og diskutere ulike svar

Her er tre måter å skrive regelen på: «figur gange figur», n ganger n , og n^2 . Hvilken er mest presis, og hvorfor?

Refleksjon og språklig bevissthet

Hvorfor tror du vi noen ganger blander ord og symboler? Hvordan kan vi øve på å skrive mer presist?



Ressurser

Samtaler som fremmer elevenes forståelse

Å legge til rette for produktive matematiske samtaler i klasserommet er viktig for å utvikle elevenes forståelse av begreper og læring. Når læreren oppmuntrer elever til å uttrykke egne tanker, strategier og resonnement, og samtidig utforsker andres perspektiver, blir misoppfatninger synlige og kan brukes som en ressurs i undervisningen. I stedet for å korrigere feil umiddelbart, kan læreren utvikle elevenes ideer gjennom målrettede spørsmål, å klargjøre matematiske begreper og aktivt jobbe med matematikkspråket. På denne måten kan uklare begreper, uheldige strategier eller feil bruk av matematiske ord bearbeides i fellesskap. Slike samtaler bidrar ikke bare til å redusere misoppfatninger, men også til å styrke elevenes presise språkbruk og gi dypere forståelse av matematikk, i samsvar med målene for norsk matematikkundervisning.

Her er noen ressurser som kan hjelpe dere i denne prosessen:

Samtaletrekk - redskap i matematiske diskusjoner, Kjersti Wæge

Artikkelen er utgitt i *Tangenten* Nr 2- 2015

Fra misoppfatning til mestring, fra Matematikksenteret

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340.

Her er noen generelle tips som kan hjelpe dere videre

Bruk gjerne elevsvarene fra denne rapporten, dine egne elevers svar eller lag eksempelsvar. Det kan være motiverende å bruke faktiske elevsvar, men noen elever kan synes det er ubehagelig hvis deres svar blir brukt og diskutert.

Disse aktivitetene er egnet for gruppesamarbeid. Det kan være fordelaktig å la elevene tenke selv først, før de deles i par eller grupper for å dele ideer, løse oppgaver og diskutere sammen.

- **Start tidlig med å bygge forbindelser mellom aritmetikk og algebra:** Hjelp elevene å se sammenhengen mellom å regne med tall og å arbeide med symboler, slik at overgangen til algebra føles som en naturlig progresjon, ikke som et helt nytt tema.
- **Legg vekt på å forstå likhetstegnet:** Arbeid systematisk med hva likhet betyr—som en balanse mellom to sider—snarere enn bare som et signal om å finne et svar.
- **Utforsk variabler grundig og på ulike måter:** Gi elevene mange eksempler der variabler brukes på forskjellig vis, slik at de forstår at en variabel kan representere ulike verdier og ikke bare en ukjent.
- **Fokuser på struktur fremfor bare prosedyrer:** Lær elevene å se algebraiske uttrykk som matematiske objekter og strukturer, ikke bare som utregninger. La dem utforske mønstre, relasjoner og sammenhenger.
- **Bruk misoppfatninger som læringsmuligheter:** Analyser elevenes feil aktivt i undervisningen. Dette gir innsikt i hvor forståelsen svikter, og kan brukes som utgangspunkt for dypere samtaler og læring.



Litteratur

- Cai, J. & Knuth, E. (2011). A global dialogue about early algebraization from multiple perspectives. I J. Cai & E. Knuth (Red.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (s. vii–vxi). Springer.
- Cai, J., Ng, S. F., Moyer, J. C. & Knuth, E. (2011). Developing students' algebraic thinking in earlier grades: Lessons from China and Singapore. I J. Cai & E. Knuth (Red.), *Early algebraization* (s. 25–41). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_3
- Carpenter, T. P. & Levi, L. (2000). *Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades* (Rapport NCIS-LA-RR-00-2). University of Wisconsin.
- Filer, K. L. & Chang, M. (2008). Peer and parent encouragement of early algebra enrollment & mathematics achievement. *Middle Grades Research Journal*, 3(1), Artikkel 23.
- Grønmo, L. S. (2018). The role of algebra in school mathematics. I G. Kaiser, H. Forgasz, M. Graven, A. Kuzniak, E. Simmt & B. Xu (Red.), *Invited lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education* (s. 175–193). Springer.
- Hunter, J. & Miller, J. (2022). Using a culturally responsive approach to develop early algebraic reasoning with young diverse learners. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20(1), 111–131. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10135-0>
- Kongelf, T. R. (2015). Introduksjon av algebra i matematikkbøker for ungdomstrinnet i Norge. *NOMAD Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(3–4), 83–109. <https://doi.org/10.7146/nomad.v20i3-4.148693>
- Kunnskapsdepartementet. (2006). *Læreplan i matematikk. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2006*. <https://www.udir.no/kl06/MAT1-01#>
- Kunnskapsdepartementet. (2015). *Tett på realfag. Nasjonal strategi for realfag i barnehagen og grunnsopplæringen (2015–2019)*. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/tett-pa-realfag/id2435042/>
- Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn (MAT01-05). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020*. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05>
- Kvasz, L. (2006). The history of algebra and the development of the form of its language. *Philosophia Mathematica*, 14(3), 287–317. <https://doi.org/10.1093/phimat/nkj017>
- Lee, S. W. & Mao, X. (2021). Algebra by the eighth grade: The association between early study of algebra I and students' academic success. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(6), 1271–1289. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10116-3>
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 international results in mathematics and science*. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. <https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results/>
- Naalsund, M. (2012). *Why is algebra so difficult? A study of Norwegian lower secondary students' algebraic proficiency* [Doktorgradsavhandling]. Universitet i Oslo.
- Pedersen, I. F. (2015). What characterizes the algebraic competence of Norwegian upper secondary school students? Evidence from timss advanced. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13 (Suppl 1), 71–96. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9468-y>
- Pettersen, A. & Radišić, J. (2025). Norske elevers kunnskaper og ferdigheter i algebra – den vanskelige oppgaven med å lage matematiske uttrykk. In: H. Kaarstein og A.-C. Lehre (Red.), *Hva TIMSS forteller om norsk skole: Sekundæranalyser av TIMSS-undersøkelsen* (s. 243–265). Cappelen Damm.
- Star, J. R., Pollack, C., Durkin, K., Rittle-Johnson, B., Lynch, K., Newton, K. & Gogolen, C. (2015). Learning from comparison in algebra. *Contemporary Educational Psychology*, 40, 41–54.
- von Davier, M., Kennedy, A., Reynolds, K., Fishbein, B., Khorramdel, L., Aldrich, C., Bookbinder, A., Bezirhan, U. & Yin, L. (2024). *TIMSS 2023 international results in mathematics and science*. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. <https://doi.org/10.6017/lse.tpisc.timss.rs6460>
- Warren, E., Trigueros, M. & Ursini, S. (2016). Research on the learning and teaching of algebra. I Á. Gutiérrez, G. C. Leder & P. Boero (Red.), *The second handbook of research on the psychology of mathematics education*. Sense Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6300-561-6_3
- Wasserman, N. H. (2016). Abstract algebra for algebra teaching: Influencing school mathematics instruction. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 16(1), 28–47.





Mer informasjon om TIMSS og hvordan vi måler elevers kompetanse i matematikk og naturfag finner du på:

timss.no
timssandpirls.bc.edu/timss2023

